

Кубич В.И.Запорожский национальный технический университет,
г. Запорожье, Украина
E-mail: reibung1@mail.ru**КОЭФФИЦИЕНТ ТРЕНИЯ
ТРИБОСПРЯЖЕНИЯ "ШЕЙКА -
ПОКРЫТИЕ - ВКЛАДЫШ" В УСЛОВИЯХ
"ПЛЕНОЧНОГО ГОЛОДАНИЯ"**

УДК 621.894:621.891

В статье предложены подходы к аппроксимации экспериментальных данных, полученных в результате испытаний трибосопряжения "шейка – покрытие - вкладыш" в условиях "пленочного голодания" эмпирическим уравнением, что позволило определить вид регрессионной зависимости, устанавливающей связь между коэффициентом трения, параметрами трибологического состояния вторичных структур его элементов и режимами их взаимодействия.

Ключевые слова: коэффициент трения, уравнение, шейка, вкладыш, структура, регрессионная зависимость, параметр, трибологическое состояние, коэффициент регрессии, безразмерный комплекс.

Постановка проблемы

Значения коэффициента трения при контактном взаимодействии поверхностей элементов трибосопряжений дают возможность судить о величине силы трения, инициирующей зарождение процессов изменения трибологического состояния структур, образующихся в их приповерхностных слоях. При этом частота смены их активированного и пассивированного состояния сопровождается процессами разрушения материалов, приводящих к изменениям линейных размеров элементов трибосопряжений, соответствующих зазоров в них. Последние лимитируют ресурс трибосопряжений коленчатого вала двигателя внутреннего сгорания "шейка - вкладыш". Частота смены трибологического состояния структур в рассматриваемом трибосопряжении обусловлена их свойствами, и процессами перехода с режимов от жидкостного к граничному, от граничного к сухому трению материалов их поверхностей и обратно. Последний режим обусловлен кратковременным разрушением масляных пленок, превышением времени ювелирного контакта материалов над временем их локализованного восстановления, и может рассматриваться как "пленочное голодание" [1]. Именно в такие временные моменты главную роль и играют вторичные структуры, образующиеся контактным взаимодействием из материалов элементов трибосопряжений "шейка - вкладыш".

В результате предыдущих исследований трибологических процессов, обусловленных проявлением свойств образующихся вторичных структур из материала исходного покрытия на поверхности шеек и антифрикционного сплава вкладыша, в условиях "пленочного голодания":

- определены графические зависимости изменения коэффициента трения от времени испытания, сводные результаты приведены на рис. 1 [2 - 4];

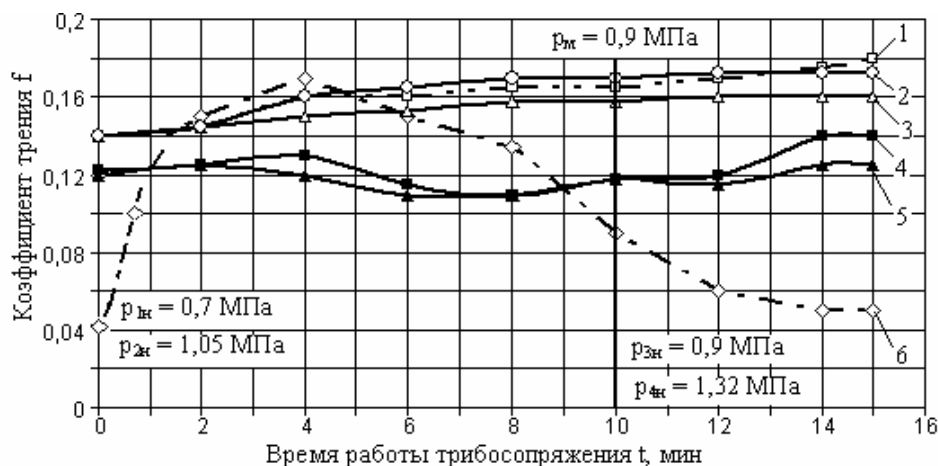


Рис. 1 – Зависимость коэффициента трения от времени испытания элементов трибосопряжений в условиях прекращения подачи масла при изменении давления в зоне трения ($p_{\text{м}}$ – давление в зоне трения модельных образцов; $p_{\text{тр}}$ – давление в зоне трения натуральных образцов):

- 1 – модельные образцы без покрытия;
- 2 – натурные образцы шеек двигателя ЗИЛ без покрытия;
- 3 – натурные образцы шеек двигателя ЗМЗ без покрытия;
- 4 – натурные образцы шеек двигателя ЗИЛ с покрытием;
- 5 – натурные образцы шеек двигателя ЗМЗ с покрытием;
- 6 – модельные образцы с покрытием

- оценены изменения модуля упругости E , микротвердости H_{μ} по глубине контактных слоев (табл. 1) [5];

- определены значения среднего арифметического отклонения профиля поверхности структур Ra (табл. 1) [6].

При этом покрытие формировалось фрикционно - механическим способом на поверхности модельных образцов, натуральных образцов шеек коленчатых валов из комплекса материалов в составе: оловянистая бронза БрОФ4-0,25, поверхностно-активная среда %, (ат.) галлий 81, индий 19.

Триботехнические испытания проводились на модернизированной машине СМЦ-2 для модельных образцов по схеме "ролик - колодка", для натуральных – "шейка - вкладыш" с подачей смазочного материала и без него. В качестве образцов - колодок и вкладышей использовались фрагменты вкладышей с антифрикционным сплавом АО20-1 и цельные сталеалюминевые вкладыши материал основы сталь 0,8 кп. Ролики изготавливались из стали 45ХН2МФА, шейки изготавливались электроэрозионным способом из восстановленных под ремонтный размер коленчатых валов рядных двигателей ЗМЗ (материал чугуна ВЧ500), V-образных двигателей ЗИЛ (материал сталь 45).

Таблица 1

Характеристики приповерхностных слоев элементов трибосопряжений

Наименование	E , ГПа	Ra , мкм
Материал поверхности вкладыша, контакт с покрытием	40,5	0,08
Материал поверхности вкладыша, контакт без покрытия	69	0,14
Материал покрытия	100	0,28
Материал стальной поверхности без покрытия	285	0,21
Материал чугунной поверхности без покрытия	150	0,21

В качестве смазочного материала использовалось моторное масло LUKOL-STANDARD SAE 15W/40 SF/CC. Частоты вращения образцов-роликов, шеек составляли $320 \pm 10 \text{ мин}^{-1}$, $675 \pm 10 \text{ мин}^{-1}$ соответственно. Давление в контакте в условиях "пленочного голодания" менялось от 0,7 МПа до 1,32 МПа. Средняя величина площади трения для модельных трибосопряжений составила $S_m = 1,2 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$, для трибосопряжений из образцов элементов конструкции двигателя ЗИЛ - $S_{n1} = 5,4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$, из образцов ЗМЗ - $S_{n2} = 3,6 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$.

Исходя из полученных результатов, значения коэффициента трения в трибосопряжениях при проявлении свойств образующихся вторичных структур в материалах поверхностей шейки и вкладыша в условиях "пленочного голодания" зависят от следующих параметров: модулей упругости структур (фаз) E_1 , E_2 ; среднего арифметического отклонения профиля поверхностей структур (фаз) Ra_1 , Ra_2 ; площади трения S ; давления в контакте p ; скорости скольжения в контакте V ; времени работы t . Такая зависимость может быть представлена в виде аналитического выражения многих переменных:

$$f = F(E_1, E_2, Ra_1, Ra_2, S, p, V, t). \quad (1)$$

Однако вопросу аппроксимации полученных результатов эмпирическим уравнением, устанавливающим связь между коэффициентом трения в трибосопряжениях "шейка - вкладыш" коленчатого вала с предлагаемыми материалами и экспериментально определенными параметрами внимание не уделялось. Сведения о характере изменения значений коэффициента трения при прогнозных диапазонах значений установленных параметров, приближенных к эксплуатационным режимам работы для данного трибосопряжения в настоящее время отсутствуют.

Приведенное и вызывает необходимость в определении эмпирической формулы, позволяющей оценивать влияние установленных параметров на изменение коэффициента трения в трибосопряжении "шейка - покрытие - вкладыш", что дополняет результаты ранее проведенных исследований и позволяет оценивать и прогнозировать его триботехническое состояние.

Методы исследования

Известно, что интенсивность изнашивания материалов сопрягаемых деталей является степенной функцией, может быть представлена в виде произведения комплексов: нагрузочного; фрикционно-

усталостного; микрогеометрического [7], и процессы, обуславливающие изменения линейных размеров элементов трибосопряжений на пути трения, связаны с разрушениями вследствие накопления дефектов от работы сил трения. Исходя из приведенного, связь между коэффициентом трения и установленными параметрами можно также представить в виде степенной функции:

$$f = A \Pi_1^{\alpha_1} \Pi_2^{\alpha_2} \mathbf{K} \Pi_k^{\alpha_k}, \quad (2)$$

где A – постоянный коэффициент, учитывающий влияние на коэффициент трения неучтенных факторов;

$(\Pi_1^{\alpha_1} - \Pi_k^{\alpha_k})$ – безразмерные комплексы, составленные из параметров влияния;

$(\alpha_1 - \alpha_k)$ – коэффициенты, определяемые экспериментальным путем;

k – количество комплексов.

Рассматривая комплексы $(\Pi_1^{\alpha_1} - \Pi_k^{\alpha_k})$, как обобщенные факторы исследуемого процесса, выразив каждый комплекс обобщенной переменной $x_i = \Pi_i$, выражение (2) примет вид:

$$f = A x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \mathbf{K} x_k^{\alpha_k} = A \prod_{i=1}^k x_i^{\alpha_i}, \quad (3)$$

где x_i – независимые безразмерные обобщенные параметры (переменные), которые используются в качестве управляемых факторов.

Приведенное уравнение (3) представляет собой основу для определения математической зависимости коэффициента трения от выделенных параметров.

Предлагается установленные параметры в соответствии с первой теоремой подобия представить в виде двух безразмерных обобщенных комплексов [7]:

$$x_1 = \frac{2E_1E_2}{p(E_1 + E_2)} \text{ и } x_2 = \frac{VtRa_1Ra_2}{S(Ra_1 + Ra_2)},$$

где x_1 – относительный приведенный модуль упругости контактных зон поверхностей трения;

x_2 – скорость формирования эквивалентной характеристики микрогеометрии поверхности вкладыша на площади трения. Истираемым телом по результатам эксперимента является вкладыш.

С учетом представленных комплексов, их совместном влиянии на функцию отклика – коэффициент трения, для определения коэффициентов в выражении (3), предлагается использовать методику планирования факторного эксперимента и определения коэффициентов регрессии уравнения вида [8]:

$$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_1x_2. \quad (4)$$

Для выражения (3) коэффициенты $(\alpha_1 - \alpha_k) = (b_1 - b_3)$. В приведенном уравнении с учетом полученных экспериментальных данных четыре неизвестных, определить которые становится возможным, решив систему из четырех таких уравнений. При составлении системы уравнений необходимо учитывать, что их вид будет получен с учетом логарифмирования левой и правой частей выражения (3). Тогда для выражения (4) известные значения определяются исходя из следующих выражений:

$$y = \ln f, \quad b_0 = \ln A, \quad x_1 = \ln \frac{2E_1E_2}{p(E_1 + E_2)}, \quad x_2 = \ln \frac{VtRa_1Ra_2}{S(Ra_1 + Ra_2)}, \quad (5)$$

$$x_2x_2 = \ln \left(\frac{2E_1E_2}{p(E_1 + E_2)} + \frac{VtRa_1Ra_2}{S(Ra_1 + Ra_2)} \right).$$

Результаты исследований и обсуждение

В соответствии с экспериментальными данными (рис. 1, табл. 1) для составления двух систем уравнений: первая – для образцов - шеек (материал сталь 45); вторая – для образцов - шеек (материал чугун ВЧ500) численные значения уровней параметров сведены в табл. 2.

Численные значения уровней параметров

Функция отклика	Материал шеек сталь 45				Материал шеек чугун ВЧ500				V, м/с	P 10 ⁻³ , ГПа	S 10 ⁻⁴ , м ²	t, с
	x ₁	x ₂	f	lnf	x ₁	x ₂	f	lnf				
y ₁	-	+	0,14	-1,97	-	+	0,125	-2,08	0,84	+0,7	-1,2	900
y ₂	+	-	0,175	-1,74	+	-	0,160	-1,83				
y ₃	-	-	0,05	-3,0	-	-	0,05	-3,0	+2	-1,32	+5,4	
y ₄	+	+	0,12	-2,12	+	+	0,12	-2,12				

Примечание: данные для комплекса x_{max}(+) соответствуют для образцов без покрытия;

x_{min}(-) – для образцов с покрытием.

С учетом данных приведенных в табл. 1, 2 и выражений (4,5) получены две системы уравнений. Для образцов шеек (материал сталь 45):

$$\begin{cases} -1,97 = b_0 + b_1 10,68 + b_2 12,34 + b_3 12,53; \\ -1,74 = b_0 + b_1 11,97 + b_2 12,87 + b_3 13,21; \\ -3,0 = b_0 + b_1 10,68 + b_2 12,87 + b_3 12,98; \\ -2,12 = b_0 + b_1 11,97 + b_2 12,34 + b_3 12,88. \end{cases} \quad (6)$$

Для образцов шеек (материал чугун ВЧ500):

$$\begin{cases} -2,08 = b_0 + b_1 10,68 + b_2 12,34 + b_3 12,53; \\ -1,83 = b_0 + b_1 11,81 + b_2 12,87 + b_3 13,17; \\ -3,0 = b_0 + b_1 10,68 + b_2 12,87 + b_3 12,98; \\ -2,12 = b_0 + b_1 11,81 + b_2 12,34 + b_3 12,81. \end{cases} \quad (7)$$

Решив полученные две системы алгебраических уравнений (6,7) методом Крамера [8] получены значения коэффициентов b₀ – b₃:

- для системы уравнений (6) b₀ = 13,42; b₁ = 3,07; b₂ = 8,03; b₃ = -11,75;

- для системы уравнений (7) b₀ = 11,74; b₁ = 3,3; b₂ = 9,68; b₃ = -13,44.

Тогда линейные полиномы для коэффициентов трения трибосопряжений в логарифмических единицах в соответствии с выражением (4) примут следующий вид:

- для образцов шеек (материал сталь 45):

$$y = 13,32 + 3,07x_1 + 8,03x_2 - 11,75x_1x_2, \quad (8)$$

- для образцов шеек (материал чугун ВЧ500)

$$y = 11,74 + 3,3x_1 + 9,68x_2 - 13,44x_1x_2. \quad (9)$$

В результате преобразования уравнения (8, 9) получена регрессионная зависимость коэффициента трения в рассматриваемых трибосопряжениях от установленных параметров:

- для образцов шеек (материал сталь 45):

$$f = e^{13,32} \left(\frac{2E_1E_2}{p(E_1 + E_2)} \right)^{3,07} \left(\frac{VtRa_1Ra_2}{S(Ra_1 + Ra_2)} \right)^{8,03} \left(\frac{2E_1E_2}{p(E_1 + E_2)} + \frac{VtRa_1Ra_2}{S(Ra_1 + Ra_2)} \right)^{-11,75}; \quad (10)$$

- для образцов шеек (материал чугун ВЧ500):

$$f = e^{11,74} \left(\frac{2E_1E_2}{p(E_1 + E_2)} \right)^{3,3} \left(\frac{VtRa_1Ra_2}{S(Ra_1 + Ra_2)} \right)^{9,68} \left(\frac{2E_1E_2}{p(E_1 + E_2)} + \frac{VtRa_1Ra_2}{S(Ra_1 + Ra_2)} \right)^{-13,44}, \quad (11)$$

где e = 2,718... - основание натурального логарифма.

Полученные регрессионные зависимости являются математическим описанием изменения коэффициента трения от влияния установленных параметров в рассматриваемых трибосопряжениях.

Выражения (10, 11) могут быть использованы для прогнозирования характера изменения и оценки коэффициента трения в трибосопряжениях коленчатого вала двигателя внутреннего сгорания с исследуемыми материалами в зависимости от изменения значений установленных параметров, определяющих трибологическое состояние образующихся вторичных структур в зонах контакта поверхностей и режимы их взаимодействия в условиях "пленочного голодания".

В качестве примера приведены пространственные диаграммы коэффициента трения в зависимости от изменения значений установленных параметров полученных с помощью выражения (10) (рис. 2).

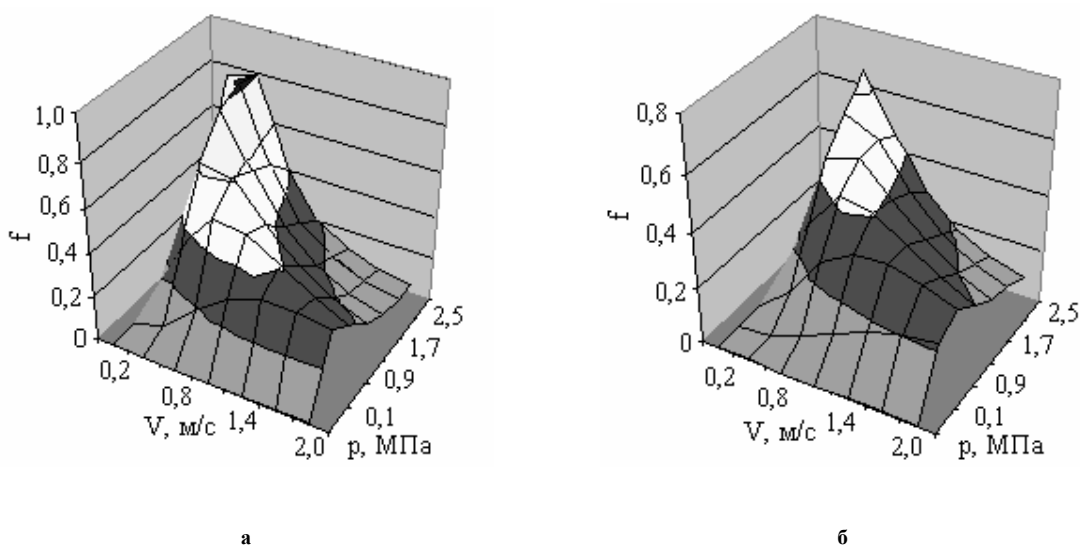


Рис. 2 – Пространственные диаграммы коэффициента трения в трибосопряжениях "шейка - вкладыш" в условиях "пленочного голодания":
 а – с покрытием ($E_1 = 40,5$ ГПа; $E_2 = 100$ ГПа; $Ra_1 = 0,08$ мкм; $Ra_2 = 0,28$ мкм; $S = 3,6 \cdot 10^{-4}$ м²);
 б – без покрытия ($E_1 = 69$ ГПа; $E_2 = 285$ ГПа; $Ra_1 = 0,14$ мкм; $Ra_2 = 0,21$ мкм; $S = 3,6 \cdot 10^{-4}$ м²)

Анализ полученных пространственных диаграмм показывает следующее.

При пусковых частотах и минимальном давлении в контакте шейки с вкладышем, обусловленным весовыми параметрами деталей кривошипно - шатунного механизма, значения коэффициента трения максимальные, что указывает на реалистичность отображаемого процесса изменения сопротивления вращению, механических потерь при трении полученной пространственной диаграммой.

Картина уменьшения коэффициента трения при росте частоты вращения с некоторого максимума, обусловленного давлением в зоне контакта, указывает на протекание гидродинамического режима трения, а наличие экстремума – на смену режимов трения по условиям проявления трибологических свойств образующихся вторичных структур, что согласуется с диаграммой Герси.

При диапазонах значений параметров, определяющих условия трения $V_1 = 0,2 - 1,1$ м/с ($\approx 70 - 370$ мин⁻¹), $p_1 = 0,1 - 1,3$ МПа и $V_2 = 1,1 - 2,0$ м/с ($\approx 370 - 675$ мин⁻¹), $p_2 = 0,1 - 0,9$ МПа превышение коэффициента трения в трибосопряжениях с покрытием по отношению к трибосопряжениям без покрытия составляет от 10 до 49 %. Данный факт объясняется большей пластичностью вторичных структур, однако при этом по результатам экспериментов потерь массы материала меньше, чем в трибосопряжениях с более упругими вторичными структурами, т.е. в трибосопряжениях без покрытия. Однако при таких параметрах нагружения работа подшипника скольжения коленчатых валов двигателей семейства, например ЗМЗ-402 (406), ЗИЛ-130 (131,508), мало вероятна.

При диапазонах $V_3 = 1,1 - 2$ м/с ($\approx 370 - 675$ мин⁻¹), $p_3 = (0,9 - 1,3) - 2,5$ МПа снижение коэффициента трения в трибосопряжениях с покрытием по отношению к трибосопряжениям без покрытия при увеличении давления составляет: 8 – 24 % при 1,1 м/с; 10 – 36 % при 1,4 м/с; 20 – 40 % при 1,7 м/с; 25 – 43 % при 2 м/с. Рассмотренные диапазоны могут соответствовать динамике нагружения деталей кривошипно-шатунного механизма при пуске упомянутых двигателей [10]. Полученное указывает на то, что увеличение давления в зоне контакта активизирует механизмы структурообразования, обуславливающие снижение механических потерь при трении.

Выводы

Рассмотренные в работе подходы к аппроксимации полученных ранее экспериментальных данных эмпирическим уравнением, позволили определить вид регрессионной зависимости, устанавливающей связь между коэффициентом трения, параметрами трибологического состояния вторичных структур в трибосопряжениях "шейка-вкладыш" коленчатого вала и режимами их взаимодействия с предлагаемыми материалами в условиях "пленочного голодания".

Полученное уравнение позволяет давать прогнозную оценку характера изменения коэффициента трения от параметров нагружения, свойственных эксплуатационным режимам работы кривошипно-шатунного механизма двигателя внутреннего сгорания.

Литература

1. Алексеев Н.М. Экспериментальное исследование «пленочного голодания» при трении твердых тел / Н.М. Алексеев, Н.А. Буше, И.И. Карасик // Проблемы трения и изнашивания. – 1982. – Вып. 21. – С. 64-73.
2. Кубич В.І. Про вплив вмісту компонентів галієво-індієвого середовища на триботехнічні характеристики трибоз'єднання / В.І. Кубич, Л.Й. Івченко // Проблеми тертя та зношування. – 2009. – Вип. № 52. – С. 92-101.
3. Кубич В.І. Износостойкость деталей трибосопряжения "шейка - вкладыш" с медьсодержащими покрытиями / В.І. Кубич, Л.І. Івченко // Проблемы трибологии. – 2011. – №2. – С. 103-110.
4. Пат. № 49630 Україна, МПК (2009) С23С 30/00. Склад поверхнево - активної речовини для формування зносостійких покриттів / В.І. Кубич, Л.Й. Івченко, заявник і патентовласник Запорізький національний технічний університет. – № u200909788; заявл. 11.05.2010; опубл. 11.05.2010, Бюл. №9, 2010.
5. Кубич В.І. О механических характеристиках приповерхностных слоев элементов трибосопряжения "шейка – покрытие - вкладыш" / В.І. Кубич, Л.І. Івченко // Проблемы трибологии. – 2011. – №4 (60). – С. 97-102.
6. Кубич В.І. О топографии поверхностей элементов трибосопряжений / В.І. Кубич, Л.І. Івченко // «IV Українсько - Польські Наукові Діалогі»: тези наукових праць між нар. наук. конф., 11-14 жовт. 2011 р.: – Хмельницький-Яремче: Хмельницький національний університет, 2011. – С.154-155.
7. Справочник по триботехнике: в 3-х т. Т.1 Теоретические основы / Под общ. ред. М. Хебды, А.В. Чичинадзе. – М.: Машиностроение, 1989. – 400 с.
8. Грушко И.М. Основы научных исследований / И.М. Грушко, В.М. Сиденко - 3-е изд., перераб. и доп. – Харьков: Вища школа, 1983. – 224 с.
9. Решение СЛАУ методом Крамера [Электронный ресурс]/ – Режим доступа: <http://math.semestr.ru/kramer/kramer.php>.
10. Кубич В.І. Определение параметров контактного взаимодействия подшипников скольжения коленчатого вала двигателей внутреннего сгорания / В.І. Кубич, Л.І. Івченко // Проблеми трибологии. – 2010. – Вып. №2(56). – С.11-17.

Поступила в редакцію 11.12.2012

Kubich V.I. Coefficient of friction triboconjugation of "neck – coating - bearing" in the conditions of "pellicle starvation".

The terms of cooperation of elements of triboconjugation are examined at the halt of serve of lubricating material in an area frictions at which the clear contact of their materials takes place, and антифрикционные properties of the formed structures show up. Approaches are offered to approximation of the results of experimental researches got before conducted on the standards of models and models, directed on the study of evolution of tribologistates descriptions, mechanical properties of the second structures, appearing in contact layers at forming of initial coverage from the bronze of BrOF4-0,25 in gallium-indium environment on rollers (necks), by empiric equalization. Presence of numeral values of the modules of resiliency of phases of superficial layers, mean arithmetic deviation of type of surfaces, area of friction, pressures in a contact, sliding speed in a contact, it was allowed time of work to present them as two dimensionless generalized complexes which was examined as factors of influencing at two levels. The decision of the made systems of linear equalizations allowed to define the numeral values of coefficients of equalizations of regression. The got regressive dependences can be used for prognostication of character of change of coefficient of friction in triboconjugation of crankshaft of combustion engine depending on tribologistates the state of the appearing second structures in the conditions of "pellicle starvation".

Key words: coefficient of friction, equalization, neck, bearings, structure, to regressive dependence, parameter, tribologistates, coefficient of regression, dimensionless complex.

References

1. Alekseev N.M. Jeksperimental'noe issledovanie «plenochного golodaniya» pri trenii tverdyh tel. N.M. Alekseev, N.A. Bushe, I.I. Karasik . Problemy treniya i iznashivaniya. 1982. Vyp. 21, pp. 64-73.
2. Kubich V.I. Pro vpliv vmistu komponentiv galievo-indieвого seredoviwa na tribotekhnichni harakteristiki triboz'ednannja. V.I. Kubich, L.J. Ivwenko. Problemi tertja ta znoshuvannja. 2009. Vip. No. 52, pp. 92-101.
3. Kubich V.I. Iznosostojkost' detalej tribosoprjazhenija «shejka-vkladysh» s med'soderzhawimi pokrytijami. V.I. Kubich, L.I. Ivwenko. Problemy tribologii. 2011. No. 2, pp. 103-110.
4. Pat. № 49630 Ukraïna, MPK (2009) S23S 30/00. Sklad poverhnevo-aktivnoï rehovini dlja formuvannja znosostojkikh pokrit'. V.I. Kubich, L.J. Ivwenko, zajavnik i patentovlasnik Zaporiz'kij nacional'nij tehničnij universitet. № u200909788; zajavl. 11.05.2010; opubl. 11.05.2010, Bjul. No. 9, 2010.
5. Kubich V.I. O mehanicheskikh harakteristikah pripoverhnostnyh sloev jelementov tribosoprjazhenija «shejka-pokrytie-vkladysh». V.I. Kubich, L.I. Ivwenko. Problemy tribologii. 2011. No. 4 (60), pp. 97-102.
6. Kubich V.I. O topografii poverhnostej jelementov tribosoprjazhenij. V.I. Kubich, L.I. Ivwenko. «IV Ukraïns'ko-Pol's'ki Naukovi Dialogi»: tezi naukovih prac' mizh nar. nauk. konf., 11-14 zhovt. 2011 r.: Hmel'nic'kij-Jaremche: Hmel'nic'kij nacional'nij universitet, 2011, pp. 154-155.
7. Spravochnik po tribotekhnike: v 3-h t. T.1 Teoreticheskie osnovy. Pod obw. red. M. Hebdy, A.V. Chichinazdze. –M.: Mashinostroenie, 1989. 400 s.
8. Grushko I.M. Osnovy nauchnyh issledovanij. I.M. Grushko, V.M. Sidenko - 3-e izd., pererab. i dop. Har'kov: Viwa shkola, 1983. 224 s.
9. Reshenie SLAU metodom Kramera [Jelektronnyj resurs]. Rezhim dostupa: <http://math.semestr.ru/kramer/kramer.php>.
10. Kubich V.I. Opredelenie parametrov kontaktnogo vzaimodejstvija podshipnikov skol'zhenija kolenchatogo vala dvigatelej vnutrennego sgoraniya. V.I. Kubich, L.I. Ivwenko. Problemi tribologii. 2010. Vyp. No. 2(56), pp. 11-17.