

Кузьменко А.Г.

Хмельницкий национальный университет,

г. Хмельницкий, Украина

E-mail: tribosenator@gmail.com

**КОНТАКТНАЯ МЕХАНИКА СДВИГА
СЖАТЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ.
МЕТОДИКА И ПРИМЕРЫ РАСЧЕТОВ**

УДК 621.891

В соответствии с теоретическим решением задачи о сдвиге сжатых поверхностей вариационным экспериментальным методом разработана методика и анализ её практического использования. На основании анализа экспоненциальной функции распределения напряжений трения по сжатым поверхностям предложен механизм трения скольжения при сдвиге. Выполнен методический пример эксперимента по определению функций распределения напряжений трения при сдвиге поверхности поролона. На основе анализа решений предложена модель влияния на износ амплитуды реверсивных скольжений при фреттинг износе. Повышенный фреттинг износ при малых амплитудах объясняется концентрацией напряжений трения в начальной части контакта.

Ключевые слова: взаимодействие поверхностей, вариационно-экспериментальный метод (ВЭМ), сдвиг, фреттинг износ.

1. Методика практического использования решения контактной задачи ВЭМт [1]**1.1. Исходные данные и диаграмма сдвига**

1) расчетная схема: рассматривается сдвиг сжатых поверхностей; для простоты полагаем площадку контакта прямоугольной;

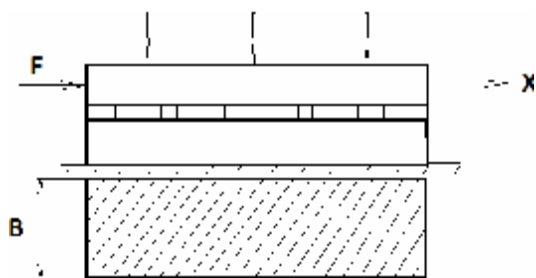


Рис. 1 – Схема сдвига двух сжатых поверхностей

2) поверхности введены в соприкосновение, а затем сжимаются общей силой Q до номинального давления σ в контакте;

3) нижний образец жестко закрепляется, а верхнему плавно прикладывается сдвигающая сила F , по мере возрастания силы F верхний образец постепенно смещается на величину x ;

4) смещение происходит на малую величину, и имеет две составляющих: упругую линейную и нелинейную от пластичности или от взаимного проскальзывания; указанным признакам соответствует перемещение именуемое предварительным смещением;

5) после достижения максимального перемещения x_{\max} нагрузка F плавно уменьшается до нуля при этом фиксируется перемещение разгрузки;

6) зависимость суммарной силы сдвига от перемещения имеет название диаграммы сдвига $F(x)$ (рис. 2).

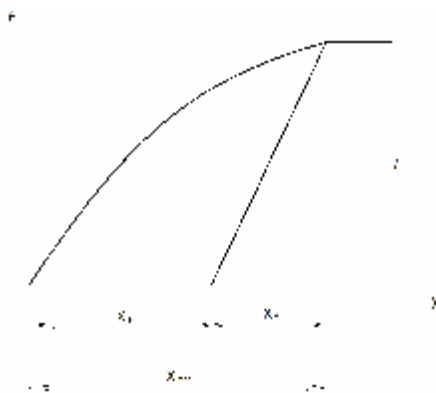


Рис. 2 – График диаграммы сдвига

1.2. Функция напряжений трения $\tau(x) = \tau_x$ и определение ее параметров

1) в соответствии с решением [1] функция напряжений трения $\tau(x)$ имеет вид:

$$\tau_x = \tau_0 e^{-nx}, \quad (1.1)$$

где τ_0 – максимальные напряжения трения в точке $x = 0$, параметр функции $\tau(x)$;

n – показатель степени экспоненциальной функции распределения напряжений трения;

2) параметр τ_0 из [1] определяется по формуле:

$$\tau_0 = \frac{nF_\infty}{B}, \quad (1.2)$$

где $F_\infty = F(x \rightarrow \infty)$ предельные значения интегральной силы трения при $x \rightarrow \infty$ или при скольжении верхней подвижной поверхности как целого; в первом приближении $F_\infty = F(x = x_{\max})$;

3) величина B равна поперечному размеру площадки контакта; для прямоугольной площадки контакта с площадью Aa :

$$B = \frac{Aa}{x_{\max}}, \quad (1.3)$$

4) величина n определяется из соотношения:

$$n = \frac{1}{x_n}. \quad (1.4)$$

5) величина x_n определяется по графику диаграммы сдвига путем следующих построений (рис. 3);

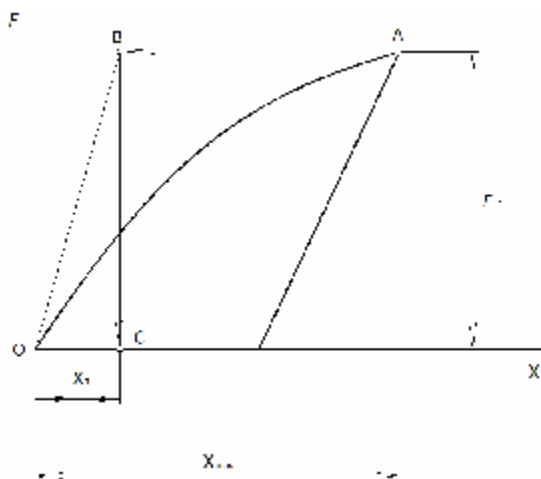


Рис. 3 – Схема определения величины x_n

а) в начале координат приводится касательная к графику диаграммы сдвига;

б) из точки A с координатами x_{\max} , F_∞ приводится линия параллельно оси x до пересечения с касательной в точке B ;

в) из точки B опускается перпендикуляр на ось x до пересечения в точке C ;

г) расстояния OC определяемое в мм равно искомой величине x_n ; $OC = x_n$; этим построением заканчивается определение величин, входящих в форму функций касательных напряжений $\tau(x)$ по (1.1).

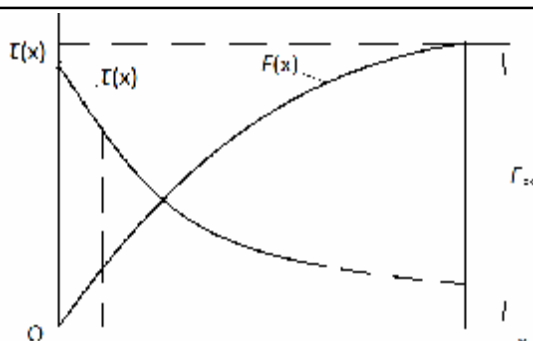
1.3. Качественный анализ функции сдвиговых напряжений

$$\tau(x) = \tau_0 e^{-nx},$$

1) при $x = 0$, $\tau(x) = \tau_0$;

2) при $x \rightarrow \infty$, $\tau(x) \rightarrow 0$;

3) точка $x = 0$ соответствует началу сдвига верхней плоскости как жесткого на деформируемом тонном контактном слое.

Рис. 4 – Графики функций $F(x)$ и $\tau(x)$

2. Связь механизма трения с видом функции $\tau(x)$

2.1. Понятие краевой микродислокации

1) в основе методов описания состояний, свойств и процессов в физике металлов лежит понятие дислокации или несовершенства кристалла [2];

2) простейшим видом дислокации в металлах является сдвиг части поверхности по нормам к поверхности. Область несовершенства кристалла вокруг края плоскости сдвига называется **краевой дислокацией**;

3) на границе плоскости сдвига краевой дислокации внутри кристалла находится область размером от двух до десяти атомов, обладающие особыми свойствами; особенность этой области состоит в способности перемещаться внутри кристалла независимо от окружающей область атомов;

4) Этот процесс перемещения области дислокации без значительных дополнительных усилий на большие расстояния и выходить на противоположную плоскость кристалла называют **скольжением краевой дислокации**. При этом сдвиг распространяется постепенно; в каждый момент времени в нем участвуют не все атомы по плоскости сдвига, а только те, которые находятся в области дислокации; происходит поочередное эстафетное перемещение атомов на расстояния меньшие атомного; в результате чего дислокация скользит на большие расстояния через весь кристалл;

5) важно, что для поддержания этого процесса необходимо касательные напряжения несравненно меньшие чем предельные напряжения сдвига.

2.2. Понятие о механизме действия краевой макродислокации при трении скольжения

1) Из рассмотрения графики функции $\tau(x)$ следует, что в точке $x = 0$ действуют наибольшие касательные напряжения трения; возможно, что эти напряжения превышают предел текучести материала контактного слоя:

$$\tau(x = 0) \geq \tau_T; \quad (1.5)$$

2) под действием силы $F(x)$ при выполнении условия (1.5) в зоне границы поверхностей произойдет локальный сдвиг Δx_1 части верхней поверхности относительно нижней; будем называть этот локальный сдвиг **макродислокацией**, возникающей в **контакте поверхностей**;

3) появление сдвига Δx_1 приводит к уменьшению площади контакта поверхностей Aa на величину $\Delta Aa = \Delta x_1 B$:

$$Aa_1 = Aa - \Delta x_1 B; \quad (1.6)$$

4) оставляя функции $F(x)$ и $\tau(x)$ прежними в результате из (1.6) имеем увеличения напряжения трения в точке:

$$x_2 = x_1 - \Delta x_1,$$

на величину:

$$\Delta \tau_2 = \frac{F(x)}{Aa_1}. \quad (1.7)$$

5) на последующих шагах сдвига $\Delta x_2, \Delta x_3, \dots$ процесс повторяется до выхода макро дислокации на противоположную грань, что означает сдвиг верхней поверхности относительно нижней на величину Δx .

2.3. Выводы по п. 1 п. 2

1) контактной задачи о сдвиге и определении функций $\tau(x)$ методом ВЭДт позволяет определить функцию распределения напряжений трения $\tau(x)$;

2) функция напряжений $\tau(x)$ имеет ярко выраженный экстремум в точке $x = 0$ со значением $\tau_0 = \tau_{\max}$;

3) напряжения τ_{\max} в точке $x = 0$ вызывает микросдвиг Δx , который можно рассматривать как краевую макродислокацию в области контакта поверхностей;

4) появление микросдвига или макродислокации приводит к уменьшению площадки контакта при неизменной силе $F(x)$ что вызывает рост касательных напряжений в точке $0 + \Delta x_1$ и появление новых перемещений до точки $0 + 2\Delta x$;

5) таков механизм дискретного эстафетного перемещения поверхностей без приложения всей полной силы $F(x)$ одновременно;

6) подчеркнем, что такой механизм удастся описать при использовании решения задачи о сдвиге ВЭМт – методом.

3. Сдвиг сжатого поролона как методический пример использования метода

3.1. Расчетная схема и исходные данные методики эксперимента

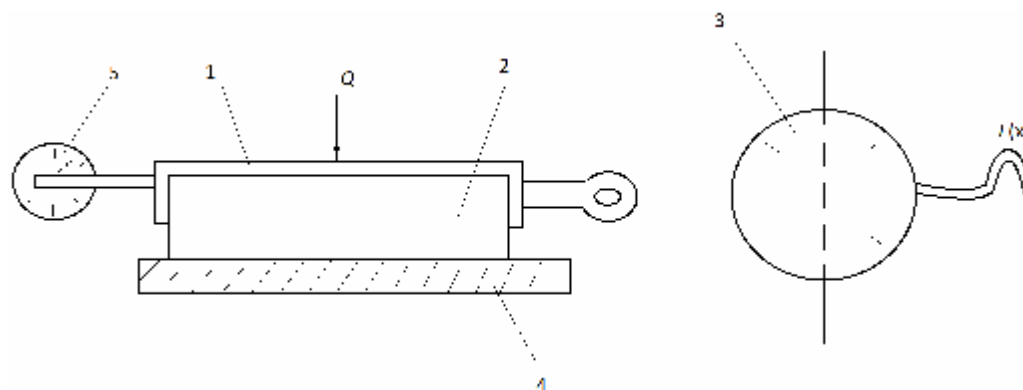


Рис. 3.1 – Схема эксперимента
1 – корпус; 2 – образец поролон;
3 – динамометр; 4 – основание; 5 – индикатор

Таблица 3.1

Результаты испытания

W	F , кг	x , мм	$\tau(x)$, кг/см ²
1	0,84	0,7	0,033
2	1,0	0,9	-
3	1,2	0,11	0,017
4	1,42	0,2	-
5	1,86	0,23	0,037
6	2,4	0,39	0,0043

Исходные данные

1) $B = 70$ мм;

2) $F_{\infty} = 2,4$ кг;

3) $x_{\max} = 39$ мм.

3.2. Обработка результатов испытания

Определение величин входящих в формулу (1.2):

$$\tau_0 = \frac{nF_\infty}{B},$$

1) величина максимальной силы трения F_∞ определяется по графику диаграммы сдвига рис 3.2;

$$F_\infty = 2,4 \text{ кг};$$

2) величина $B = 70$ мм, задана;

3) для определения величины n :

$$n = \frac{1}{x_n},$$

при определении x_n делаются построения по рис. 3.2:

$$x_n = 0,18 \text{ мм},$$

далее

$$n = 1/0,18 = 5,6 \text{ 1/мм};$$

4) итоговый расчет τ_0 :

$$\tau_0 = \frac{5,6 \cdot 2,4}{70} = 0,033 \text{ кг/мм}^2;$$

5) функция напряжения трения:

$$x = 0,39 \quad \tau = \tau_0 e^{-nx} = 0,033 e^{-5,6x} \text{ кг/мм}^2; \quad (1.8)$$

$$\tau(x = 0,39) = 0,033 e^{-5,6 \cdot 0,39} = 0,043 \text{ кг/мм}^2;$$

$$x = 0,11 \quad \tau = 0,033 e^{-5,6 \cdot 0,11} = 0,017 \text{ кг/мм}^2.$$

4. Сдвиг круговой площадки трения* для Стали 45 на 40 мкм**4.1. Исходные данные:**

1) круговая площадка с площадью $A_a = 16,9 \text{ мм}^2$; $d = 4,11 \text{ мм}$;

2) материал поверхностей ШХ15;

3) нагрузка нормальная $N = 40 \text{ кг}$;

Давление $N/A_a = 40/16,9 = 2,37 \text{ кг/мм}^2$.

4.2. Результаты измерений (по данным аспиранта ХНУ В. Кускова):

1) измерения перемещений сдвига с точностью до 1 мкм и соответствующих сил результаты приведены в табл. 4.1:

Таблица 4.1

№ п/п	$N = 40 \text{ кг}$		$N = 30 \text{ кг}$	
	$x, \text{ мм}$	$F(x), \text{ кг}$	$x, \text{ мм}$	$\tau(x), \text{ кг/мм}^2$
1	0	0	0	66,5
2	0,01	2,4	0,01	35
3	0,02	3,5	0,02	18,48
4	0,03	4,2	0,03	9,7
5	0,04	4,4	0,04	5,1

Результаты измерений нанесены на график диаграммы сдвига рис 4.1

4.3. Обработка результатов измерений, диаграммы сдвига

В соответствии с методикой изложенной в п. 1 выполняются следующие действия направленные на определение параметров τ_0, n функции распределения напряжений трения.

$$\tau(x) = \tau_0 e^{-nx}, \quad (4.1)$$

1) путем графического построения находим по рис. 4.1 вспомогательную величину $x_n = 15 \cdot 10^{-3}$ мм;

2) по формуле (1.4) находим показатель степени n :

$$n = \frac{1}{x_n} = \frac{1}{15,6 \cdot 10^{-3}} = 0,067 \cdot 10^3; \quad (4.2)$$

3) по графику максимальное сдвиговое усилие:

$$F_\infty = 4,2 \text{ кг};$$

4) ширина площадки контакта:

$$B = (16,9)^{1/2} = 4,11 \text{ мм};$$

5) максимальное касательное напряжение определяется по (1.2):

$$\tau_0 = \frac{n \cdot F_\infty}{B} = \frac{6,064 \cdot 4,2}{4,11} = 66,5 \text{ кг/мм}^2; \quad (4.3)$$

6) напряжение трения с учетом (4.2) и (4.3) определяется по (4.1) из выражения:

$$\tau(x) = 66,5 \cdot e^{-(6,064 \cdot 10^3)x}; \quad (4.4)$$

7. Результаты расчетов $\tau(x)$ при разных x приведены в табл. 4.1 и на графике рис. 4.1.

$$\tau(x) = 66,5 \cdot e^{-6,4x}. \quad (4.5)$$

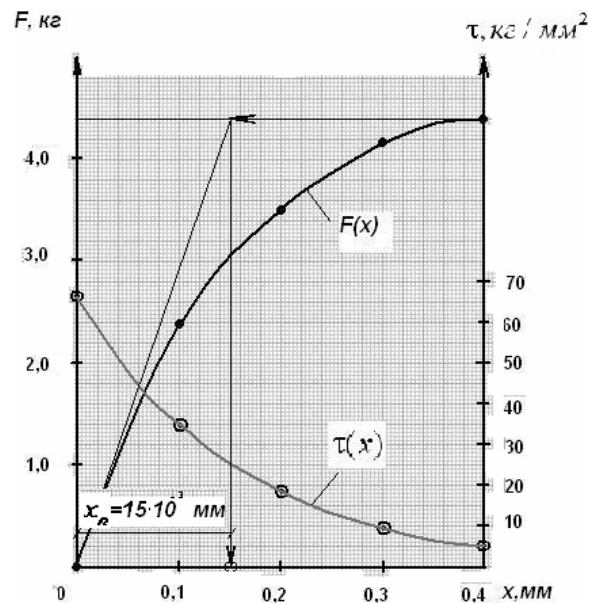


Рис. 4.1 – Диаграмма сдвига

4.4. Работа трения (энергия):

1) по определению:

$$E = \int_0^{x_{\max}} F(x) dx, \quad (4.6)$$

2) при

$$F(x) = F_\infty (1 - e^{-nx}), \quad (4.7)$$

$$E = F_\infty \int_0^{x_{\max}} (1 - e^{-nx}) dx = F_\infty \left(x - \frac{1}{-n} \cdot e^{-nx} \right) \Big|_0^{x_{\max}}$$

$$E = F_{\infty} \left[\left(x_{\max} - \frac{1}{-n} \cdot e^{-nx_{\max}} \right) - \left(0 - \frac{1}{-n} \cdot e^0 \right) \right]$$

$$\frac{E}{E_{\infty} \cdot x_{\max}} = 1 + \frac{1}{n \cdot x_{\max}} \cdot e^{-nx_{\max}} - \frac{1}{n \cdot x_{\max}}$$

$$\frac{E}{E_{\infty} \cdot x_{\max}} = 1 + \frac{1}{n \cdot x_{\max}} (e^{-nx_{\max}} - 1), \quad (4.8)$$

При $n = \frac{1}{15}$

$$x_{\max} = 40,$$

$$\frac{E}{E_{\infty} \cdot x_{\max}} = 1 + \frac{15}{40} \left(e^{-\frac{15}{40}} - 1 \right),$$

$$\frac{E}{F_{\infty} \cdot x_{\max}} = 1 + 0,375 \cdot (-0,313) = 1 - 0,117 = 0,883,$$

$$E = (F_{\infty} \cdot x_{\max}) \cdot 0,883.$$

Работа трения может быть мерой напряжённости сопряжения при трении и фреттинг-износе.

4.5. Оценка влияния амплитуды на фреттинг износ

1. При малых амплитудах смещений поверхностей большей повреждаемости подвергается начальный (левый) участок контакта, в котором как найдено в решении, касательные напряжения могут быть в несколько раз больше, чем на остальной части контакта при равном пути трения.

2. Используя модель изнашивания в форме:

$$u_w = K_w \cdot \sigma^m \cdot S. \quad (4.10)$$

С учетом трения по Кулону $\sigma = \frac{\tau}{f}$ имеем:

$$u_w = K_w \cdot \frac{\tau^m}{f^m} \cdot S. \quad (4.11)$$

3. Если принять для одной пары трения величины K_w , m , f , S постоянными, то влияние амплитуды смещений можно выразить через износ (4.11). При $m = 1$:

$$\frac{u_{w1}(\delta_1)}{u_{w2}(\delta_2)} = \frac{\tau(x = \delta_1)}{\tau(x = \delta_2)}. \quad (4.12)$$

4. Например (с учетом табл. 4.1) при $\delta_1 = x = 0,01$ мм; $\delta_2 = x = 0,04$ мм по (4.12) отношение износов будет:

$$\frac{u_{w1}(\delta_1 = 0,01 \text{ мм})}{u_{w2}(\delta_2 = 0,04 \text{ мм})} = \frac{35}{5,1} = 7 \text{ раз.}$$

Фреттинг износ при амплитуде $\delta_1 = 10$ мкм больше износа при $\delta_2 = 40$ мкм в 7 раз.

5. Сдвиг плоских стыков направляющих станков по [3]

5.1. Условия испытаний:

1. Измерения $F(x)$ для диаграммы сдвига выполнена на натуральных направляющих скольжения станков.

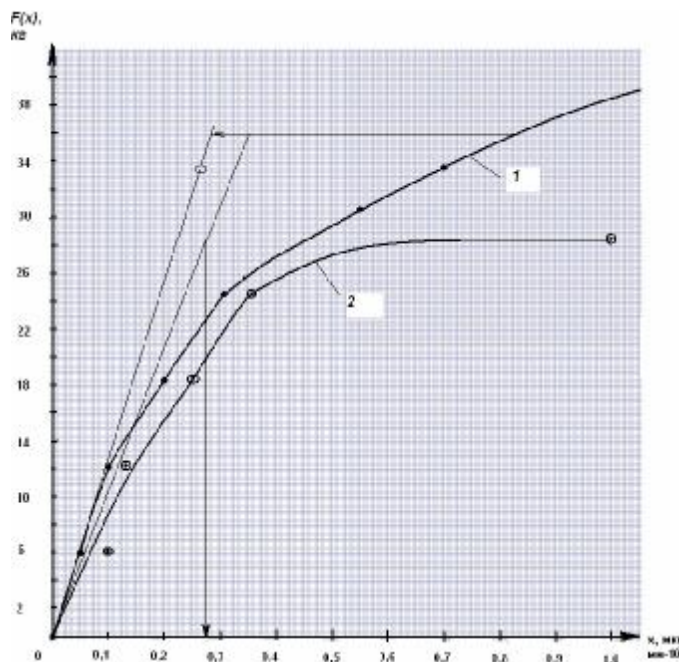
2. При нормальном давлении $\sigma = 3,5 \text{ кг/см}^2 = 0,035 \text{ кг/мм}^2$ без смазки и со смазкой;

3. Площадь контакта $51 \text{ см}^2 = 5100 \text{ мм}^2$.

5.2. Результаты испытаний представлены в табл. 5.1 и на рисунке рис. 5.1

Таблица 5.1

№ п/п	Без смазки				Со смазкой		
	x , мкм	$x \cdot 10^{-3}$, мм	$F(x)$, кг	$\tau(x)$, кг/мм ²	x , мкм	$F(x)$, кг	$\tau(x)$, кг/мм ²
1	0	-	-	1587	-	-	1478
	0,05	-	6,1	-	0,1	6,1	-
2	0,1	-	12,2	-	0,13	12,2	-
3	0,2	-	18,4	-	0,25	18,4	-
4	0,32	-	24,5	-	0,36	24,5	-
5	0,55	-	30,6	-	1,0	28,5	-
6	0,7	0	33,6	91	-	-	36,5

Рис. 5.1 □ графики функций $F(x)$:
1 – без смазки; 2 – со смазкой

5.3. Обработка результатов испытаний:

1) определение максимального касательного напряжения производится по(4.3):

$$\tau_0 = \frac{n \cdot F_{\infty}}{B}; \quad \text{по (5.1)}$$

2) при площади контакта $B_1 = 51 \text{ см}^2$, $B_2 = 225 \text{ см}^2$ величину B определяем как для площади квадрата:

$$B_1 = (5100)^{1/2} = 71,4 \text{ мм}; \quad B_2 = (22500)^{1/2} = 150 \text{ мм}.$$

5.3.1. Сдвиг без смазки

1) по табл. 5.1 $F_{\infty} = 30,6 \text{ кг}$;

2) по графику в соответствии с графическим способом определения находим $x_n = 0,27 \text{ мкм} = 0,27 \cdot 10^{-3} \text{ мм}$ соответственно:

$$n = \frac{1}{x_n} = \frac{1}{0,27 \cdot 10^{-3}} = 3,7 \cdot 10^3 \text{ 1/мм};$$

3) определяем τ_0 при $B_1 = 71,4 \text{ мм}$:

$$(\tau_0)_1 = \frac{10^3 \cdot 30,6}{0,27 \cdot 71,4} = 1587 \text{ кг/мм}^2;$$

4) определим τ_0 при $B_2 = 150$ мм:

$$(\tau_0)_2 = \frac{10^3 \cdot 30,6}{0,27 \cdot 150} = 755 \text{ кг/мм}^2;$$

5) распределение $\tau(x)$:

$$\tau(x) = 1587 \cdot e^{-3,7 \cdot 10^3 \cdot x}, \quad (5.2)$$

при $x = 0,7 \cdot 10^{-3}$ мм:

$$\tau(0,7 \cdot 10^{-3}) = 1587 \cdot e^{-3,7/0,7} = 1587 \cdot e^{-2,86} = 91 \text{ кг/мм}^2.$$

5.3.2. Сдвиг со смазкой

1) по табл. 5.1 $F_\infty = 28,5$ кг;

2) по графику в соответствии с графическим способом определения находим $x_n = 0,27$ мкм = $0,27 \cdot 10^{-3}$ мм соответственно:

$$n = \frac{1}{x_n} = \frac{1}{0,27 \cdot 10^{-3}} = 3,7 \cdot 10^3 \text{ 1/мм.}$$

1) определяем τ_0 при $B_1 = 71,4$ мм:

$$\tau_0 = \frac{10^3 \cdot 28,5}{0,27 \cdot 71,4} = 1478 \text{ кг/мм}^2;$$

2) распределение $\tau(x)$:

$$\tau(x) = 1478 \cdot e^{-3,7 \cdot 10^3 \cdot x}, \quad (5.2)$$

при $x = 1 \cdot 10^{-3}$ мм,

$$\tau(1 \cdot 10^{-3}) = 1478 \cdot e^{-3,7/1} = 36,5 \text{ кг/мм}^2.$$

Выводы

1. В соответствии с теоретическим решением задачи о сдвиге сжатых поверхностей вариационно-экспериментальным методом (ВЭМт) [1] разработана методика и анализ её практического использования, решения.

2. На основании анализа экспоненциальной функции распределения напряжений трения по сжатым поверхностям при трении; предложен механизм трения скольжения при сдвиге; (механизм подобен скольжению дислокаций в физике металлов).

3. Выполнен методический пример эксперимента по определению функций распределения напряжений трения при сдвиге поверхности поролона.

4. В качестве примера реального практического применения решения ВЭМт выполнен эксперимент по сдвигу кругового контакта из Стали 45.

5. На основе анализа решений предложена модель объясняющая влияние на износ амплитуды реверсивных скольжений при фреттинг износе. Повышенный фреттинг износ при малых амплитудах объясняется концентрацией напряжений трения в начальной части контакта.

6. Выполнен анализ касательных напряжений трения в направляющих станков по данным Левиной З.М. [3].

Литература

- Кузьменко А.Г. Вариационно-экспериментальный метод в контактной механике сдвиговых перемещений и напряжений // Проблемы трибологии. – 2013. – № 1. – С. 144 - 153.
- Новиков И.И. Дефекты кристаллического строения металлов. – М.: Металлургия, 1975. – 208 с.
- Решетов Д.Н., Левина З.М. Контактная жесткость машин. – М.: Машиностроение, 1971.

Поступила в редакцию 24.04.2013

Kuzmenko A.G. **Contact mechanics of change of the compressed surfaces. Method and examples of calculations.**

In accordance with the theoretical decision of task about the change of the compressed surfaces a variation experimental method is develop a method and analysis of its practical use. On the basis of analysis of exponential function of distributing of tensions of friction on the compressed surfaces the mechanism of sliding friction is offered at a change. The methodical example of experiment on determination of functions of distributing of tensions of friction is executed at the change of surface of foam rubber. On the basis of analysis of decisions the model of influence on the wear of amplitude of the reversible sliding is offered at fretting wear.

Enhanceable fretting wear at small amplitudes is explained the concentration of tensions of friction in initial part of contact.

Keywords: co-operation of surfaces, variation - experimental method, change, fretting wear.

References

1. Kuz'menko A.G. Variacionno-jeksperimental'nyj metod v kontaktnoj mehanike sdvigovyh peremeshhenij i naprjazhenij, Problemy tribologii. 2013. No 1. pp. 144 - 153.
2. Novikov I.I. Defekty kristallicheskogo stroenija metallov. M.: Metallurgija, 1975. 208 p.
3. Reshetov D.N., Levina Z.M. Kontaktnaja zhestkost' mashin. M. Mashinostroenie, 1971.