

**Войтов В.А.,  
Козырь А.Г.,  
Сысенко И.И.**

Харьковский национальный технический  
университет с/х им. П.Василенко,  
г. Харьков, Украина  
**E-mail:** ndch\_khntusg@mail.ru

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ  
ПРОЦЕССОВ В ТРИБОСИСТЕМАХ.  
ЧАСТЬ 2. МЕТОДИКА МОДЕЛИРОВАНИЯ  
ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ**

*УДК 621.891*

Разработана структура методики математического моделирования переходных процессов в трибосистемах, состоящая из последовательно выполняемых блоков, которая позволяет определять ресурс и механические потери на трение проектируемых трибосистем без проведения предварительных экспериментов. При этом, ресурс трибосистем определяется с учетом износа за приработку, что является существенным отличием от всех ранее существующих расчетных моделей и методик.

Методика позволяет определять оптимальные режимы приработки и последующей эксплуатации проектируемых трибосистем.

**Ключевые слова:** трибосистема, моделирование, скорость изнашивания, сила трения, переходный процесс, методика моделирования переходных процессов.

#### **Актуальность проблемы**

Исследования данной работы являются продолжением статьи [1] и направлены на разработку методики математического моделирования переходных процессов в трибосистемах, как инструмента для определения их ресурса и рациональных режимов приработки и эксплуатации. Принципиальным отличием такой методики от существующих [2], является то, что полностью исключается эксперимент, лабораторный или стендовый. Цель такого эксперимента – определить величины коэффициентов, входящих в расчетные уравнения [2]. В разработанной методике, которая является системным обобщением полученных расчетных зависимостей [1], все необходимые коэффициенты определяются расчетным путем и полностью исключают эксперимент.

Применение такой методики позволит на этапе проектирования трибосистем новых машин с помощью математического моделирования определить характер переходного процесса по которому рассчитать следующие параметры: величину износа за время приработки; величину скорости изнашивания на установившемся режиме; время приработки; механические потери в процессе приработки и на установившемся режиме.

Перечисленные параметры позволяют определить ресурс трибосистемы, с учетом износа за приработку и определить рациональные режимы обкатки и эксплуатации.

#### **Анализ публикаций, посвященных данной проблеме**

В работе [1] выполнен анализ публикаций, посвященных разработке методов расчета на трение и износ, а также моделированию процесса изнашивания. Методологически все подходы по разработке моделей и расчетных методов основаны на вероятностных [2 - 7] и численных методах [8, 9].

Авторами работ [10 - 13] разработана методика математического моделирования переходных процессов в трибосистемах, в основу которой положен математический аппарат теории автоматического регулирования и теории идентификации динамических объектов. Авторами указанных выше работ построены структурно-динамические схемы для моделирования скорости изнашивания и силы трения на переходных режимах.

После проведения параметрической идентификации трибосистемы, которая имеет цель определение коэффициентов входящих в дифференциальные уравнения, получены зависимости для их определения.

Авторы работы [1] приводят теоретические и экспериментальные исследования по обоснованию методики моделирования переходных процессов в трибосистемах и критериев оценки таких процессов. Критерии оценки получены в виде коэффициентов дифференциальных уравнений, которые описывают переходный процесс. Показано, что предложенные коэффициенты имеют определенный физический смысл и характеризуют реакцию трибосистемы на входное возмущение (изменение нагрузки, скорости скольжения и т.д.).

#### **Цель исследований**

Разработать методику математического моделирования переходных процессов в трибосистемах для определения рациональных режимов обкатки и эксплуатации, а также прогнозирования ресурса с учетом износа за приработку.

### Методический подход в проведении исследований

Структура методики математического моделирования для определения параметров переходного процесса состоит из следующих блоков, которые необходимо выполнять последовательно, как указано на рис. 1.



Рис. 1 – Структура методики математического моделирования переходных процессов

Сущность методики моделирования состоит в следующем. На основании задания на проектирование новой машины, опыта проектирования и опыта эксплуатации определяются входные параметры трибосистемы, блок 1, рис. 1. К таким параметрам относятся: сочетание материалов в трибосистеме –  $\alpha$ ; геометрические размеры –  $K_\phi$ ; смазочная среда –  $A_{y,cp}$  и ее расход через узел трения –  $Q$ ; диапазон изменения нагрузки –  $N$  и скорости скольжения –  $V$ . Перечисленные параметры, обоснованы в работе [1] и составят входное воздействие на трибосистему. Входное воздействие можно выражать через обобщенный критерий  $\mathcal{R}_t$ , который рассчитывают по формуле:

$$\mathcal{R}_t = \frac{N_{тек}^{2/3} \cdot V_{тек}^{2/3} \cdot \alpha_{тек}^{7/3}}{(A_{y,ср.тек} \cdot Q_{тек})^{1/3} \cdot K_{\phi,тек}^{2/3}}, \quad (1)$$

где  $N$  – нагрузка на узле трения, Н;

$V$  – скорость скольжения, м/с;

$\alpha$  – параметр, учитывающий релаксационные свойства структуры сопряженных материалов и их совместимость в трибосистеме, дВ/м;

$A_{y,cp}$  – параметр, характеризующий смазывающие свойства среды, Дж/м<sup>3</sup>;

$Q$  – расход смазочной среды через узел трения, кг/с;

$K_\phi$  – коэффициент, учитывающий геометрические размеры узла трения (коэффициент формы), 1/м.

В зависимости от изменения диапазона нагрузки и скорости скольжения определяют диапазон изменения  $\mathcal{R}_t$ .

Второй блок методики, рис. 1, имеет целью построить зависимости:

$$K_i = f(\dot{\alpha}_i), \quad (2)$$

$$T_i = f(\dot{\alpha}_i), \quad (3)$$

где  $K_i$ ,  $T_i$  – коэффициенты усиления и постоянные времени.

Сущность построения таких зависимостей изложена в работе [1]. Расчеты проводятся на основании регрессионных зависимостей или трибологических баз данных, с помощью которых определяются коэффициенты дифференциальных уравнений, т.е. постоянные времени  $T_i$  и коэффициенты усиления  $K_i$ . Последовательность определения перечисленных выше коэффициентов и их физический смысл изложены в работе [1].

После построения зависимостей (2) и (3) определяются рациональные режимы приработки и последующей эксплуатации спроектированной трибосистемы, блок 3. Зависимости (2) и (3) должны иметь характерные оптимумы. По оптимальному значению  $\dot{\alpha}_{i\text{opt}}$  из формулы (1) можно определить нагрузку и скорость скольжения для проведения приработки.

Режимы последующей эксплуатации определяют по зависимости (2). Нагрузка и скорость скольжения должны быть такими, чтобы не превышать значение  $\dot{\alpha}_i$ , после которого начинается ускоренный рост коэффициента  $K_{11}$ .

После завершения третьего блока выполняется четвертый блок.

Цель четвертого блока – построить кривые переходного процесса:

$$I_V = f(t), \quad F_{mp} = f(t),$$

где  $I_V$ ,  $F_{mp}$  – скорость изнашивания и сила трения.

Кривые переходного процесса строятся на основании решения дифференциальных уравнений для скорости изнашивания:

$$\bar{I}_V(t) = k_1 [1 - k_2 (1 - \exp(-t/T_1))] \cdot \dot{\alpha}_i, \quad (4)$$

силы трения:

$$\bar{F}_{mp}(t) = k_1 \cdot [1 - k_2 (1 - \exp(-t/T_1)) + k_3 (1 - \exp(-t/T_2))] \cdot \dot{\alpha}_i. \quad (5)$$

$$\text{где } \bar{I}_V = \frac{I_{v\text{тек}} - I_{v\text{баз}}}{I_{v\text{баз}}}, \quad \bar{F}_{mp.\text{уст}} = \frac{F_{mp.\text{тек}} - F_{mp.\text{баз}}}{F_{mp.\text{баз}}}, \quad \dot{\alpha}_i = \frac{\dot{\alpha}_{i\text{тек}} - \dot{\alpha}_{i\text{баз}}}{\dot{\alpha}_{i\text{баз}}}.$$

Решения дифференциальных уравнений выполняются для значения  $\dot{\alpha}_{i\text{opt}}$ , которые находятся при выполнении блоков 2 и 3, и с коэффициентами  $K_i$  и  $T_i$ , соответствующими  $\dot{\alpha}_{i\text{opt}}$ .

Пятый блок методики имеет целью определить величину износа за время проведения приработки. Суммарный износ за приработку  $h_{np}$  можно определить интегрированием функции:

$$h_{np} = \int_0^{t_{np}} I_V(t) dt,$$

в пределах от начала приработки  $t = 0$ , до завершения приработки  $t = t_{np}$ .

С учетом того, что вид функции неизвестен, суммарный износ можно определить как сумму малых слагаемых  $I_{Vi}$  на участках разбиения  $t_i$  на интервале от  $t = 0$  до  $t = t_{np}$ , т.е.:

$$h_{np} = \sum_{i=1}^n (I_{Vi} t_i),$$

где  $n$  – число разбиений времени приработки на участки.

При этом, конструктору удобнее определять линейный износ, например, в виде увеличения зазора в сопряжении. С учетом площади трения  $A_{mp}$  линейный износ за приработку  $h_{np}$  можно выразить:

$$h_{np} = \frac{\sum_{i=1}^n (I_{Vi} t_i)}{A_{mp}}. \quad (6)$$

Шестой блок методики имеет цель определить величины скорости изнашивания  $I_{V_{ycm}}$  и силы трения  $F_{mp_{ycm}}$  на установившемся режиме, т.е. после завершения приработки. Определение этих величин получают из решения дифференциальных уравнений (4) и (5) при  $t > t_{np}$ .

Величина  $F_{mp_{ycm}}$  позволит оценить механические потери на трение в проектируемой трибосистеме или механический КПД трибосистемы, а величина  $I_{V_{ycm}}$  позволяет оценить линейный износ  $h_{yc}$  в трибосистеме за время эксплуатации  $t_{\text{Э}}$  на установившемся режиме:

$$h_{yc} = \frac{I_{V_{ycm}} t_{\text{Э}}}{A_{mp}}. \quad (7)$$

Седьмой блок методики имеет цель определить ресурс проектируемой трибосистемы с учетом линейного износа за приработку  $h_{np}$ .

Для любой трибосистемы существует предельный износ  $\Delta_n$ , при достижении которого эксплуатация трибосистемы прекращается. Предельный износ состоит из износа за приработку и износа за время эксплуатации:

$$\Delta_n = h_{np} + h_{yc}. \quad (8)$$

Подставив в уравнение (8) выражения (6) и (7) можно выразить время эксплуатации  $t_{\text{Э}}$  по достижении которого линейный износ в трибосистеме достигнет величины предельного износа с учетом приработки:

$$t_{\text{Э}} = \frac{\Delta_n \cdot A_{mp}}{I_{V_{ycm}}} - \frac{\sum_{i=1}^n (I_{Vi} t_i)}{I_{V_{ycm}}}. \quad (9)$$

Полученное выражение (9) справедливо для установившегося режима эксплуатации, когда  $I_{V_{ycm}} = \text{const}$ . Такой режим можно обеспечить при соблюдении условий:  $N = \text{const}$ ;  $V = \text{const}$ , т.е. нагрузка и скорость скольжения в процессе эксплуатации не изменяются.

Если в процессе эксплуатации нагрузка и скорость скольжения изменяются, то формула (9) примет вид:

$$t_{\text{Э}} = \frac{\Delta_n \cdot A_{mp}}{I_{V_{ycm}}(N, V)} - \frac{\sum_{i=1}^n (I_{Vi} t_i)}{I_{V_{ycm}}(N, V)}, \quad (10)$$

где  $I_{V_{ycm}}(N, V)$  – функция скорости изнашивания, которая зависит от  $N$  и  $V$ , определяется из трибологической базы данных.

Величину механических потерь на установившемся режиме определяют по величине  $F_{mp_{ycm}}$ , которая рассчитывается из решения дифференциального уравнения (5) при  $t > t_{np}$ .

Если полученные значения величины ресурса  $t_{\text{Э}}$  и механических потерь на трение  $F_{mp}$  не удовлетворяют заданию на проектирование, конструктор может их изменять путем изменения входных параметров трибосистемы, которые отражены в блоке 1, рис. 1. После замены входных параметров процедура моделирования повторяется, как изложено выше.

На основании изложенного можно сделать вывод, что разработанная методика позволяет определить ресурс и механические потери на трение проектируемых трибосистем без проведения предварительных экспериментов. При этом ресурс трибосистем определяется с учетом износа за приработку, что является существенным отличием от всех ранее существующих расчетных методик и моделей, рассмотренных в работе [1].

### Моделирование переходных процессов в лабораторной трибосистеме «кольцо - кольцо»

Для подтверждения достоверности моделирования по разработанной методике была выбрана лабораторная трибосистема со следующими параметрами:

- кинематическая схема «кольцо - кольцо», коэффициент формы  $K_\phi = 1,52$  1/м;
- сочетание материалов, сталь 40X + бронза БрАЖ 9-4,  $\alpha = 1,3 \cdot 10^3$  дВ/м;
- смазочная среда ВНИИ НП-403 с учетом расхода через узел трения ( $A_{y\text{cp}} \cdot Q$ ) =  $7,2 \cdot 10^{13}$  кг<sup>2</sup>/с<sup>3</sup>·м;
- скорость скольжения 0,5 м/с;
- нагрузка от 200 Н до 1200 Н.

Определение входных параметров, согласно блока 1, рис. 1, необходимо завершить определением диапазона изменения  $\mathcal{K}_i$ , который определяется согласно формулы (1):

$$\mathcal{K}_{i\min} = \frac{200^{2/3} \cdot 0,5^{2/3} \cdot 1300^{7/3}}{(7,2 \cdot 10^{13})^{1/3} \cdot 1,52^{2/3}} = 7268,83;$$

$$\mathcal{K}_{i\max} = \frac{1200^{2/3} \cdot 0,5^{2/3} \cdot 1300^{7/3}}{(7,2 \cdot 10^{13})^{1/3} \cdot 1,52^{2/3}} = 23978,79.$$

Расчетные формулы для определения  $K_i$  и  $T_i$  представлены в работе [1].

Выполняя второй блок моделирования определим значения  $K_i$  и  $T_i$ , и построим зависимости:

$$K_i = f(\mathcal{K}_i),$$

$$T_i = f(\mathcal{K}_i).$$

В данном случае во всех формулах изменился только один параметр – нагрузка, которая соответствовала 200, 400, 600, 800, 1000 и 1200 Н. Все остальные параметры:  $V$ ,  $\alpha$ , ( $A_{y\text{cp}} \cdot Q$ ),  $K_\phi$  были постоянными.

В результате расчета по регрессионным зависимостям были определены параметры:  $F_0$ ;  $F_{\max}$ ;  $F_{\text{уст}}$ ;  $F_{\text{баз}}$ ;  $t_{np}$ ;  $t^*$ ;  $I_{V\max}$ ;  $I_{V\text{уст}}$ ;  $I_{V\text{баз}}$ , которые позволили рассчитать величины  $K_i$  и  $T_i$ , соответствующие значениям  $\mathcal{K}_{i\text{мек}}$  от 200 до 1200 Н. Результаты расчетов представлены на рис. 2 - 5.

Из представленных зависимостей следует, что рациональным режимом приработки для данной трибосистемы является нагрузка 800 Н, рис. 3 и 4. При данной нагрузке  $K_{2I}$  и  $K_{2F}$  принимают максимальные значения, а, следовательно, скорость изнашивания и сила трения после завершения приработки примут минимальные значения. При этом  $T_{1I}$  и  $T_{2F}$  также принимают минимальные значения, следовательно, время приработки будет минимальным. Это означает, что износ за приработку будет тоже минимальным, что повлияет на увеличение ресурса трибосистемы.

Из анализа рис. 2, кривая  $K_{1I}$ , следует, что эксплуатировать трибосистему на нагрузках, превышающих 900 Н нежелательно.

Данные выводы соответствуют результату выполнения третьего блока методики.

Результатом выполнения четвертого блока является построение зависимостей переходного процесса:

$$I_v = f(t), \quad F_{mp} = f(t).$$

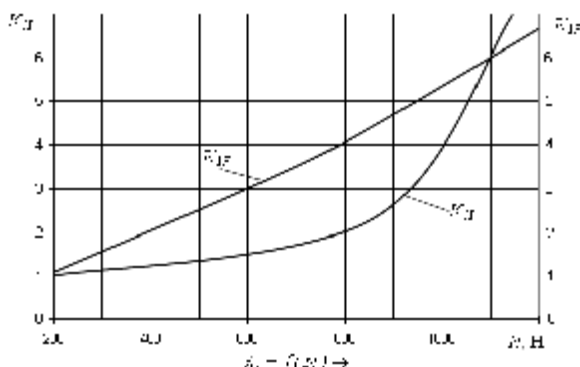


Рис. 2 – Зависимость коэффициентов  $K_i$  от величины входного воздействия  $\mathcal{K}_i$ , которое характеризуется изменением нагрузки  $N$

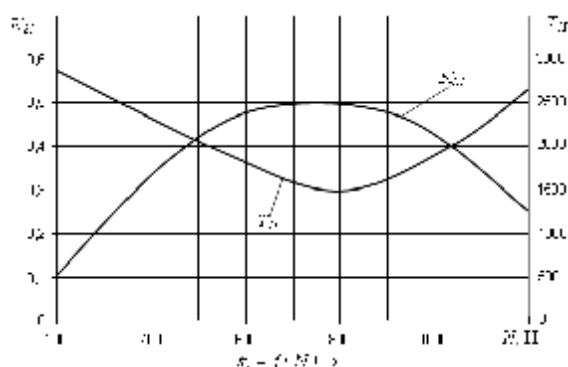


Рис. 3 – Зависимость  $K_{2I}$  и  $T_{1I}$  от величины входного воздействия ( $\mathcal{K}_i$ ), которое характеризуется изменением нагрузки  $N$

Построение зависимостей производится в результате решений дифференциальных уравнений (4) и (5) при изменении времени от 0 до 3 часов. Время в уравнениях определяется в секундах.

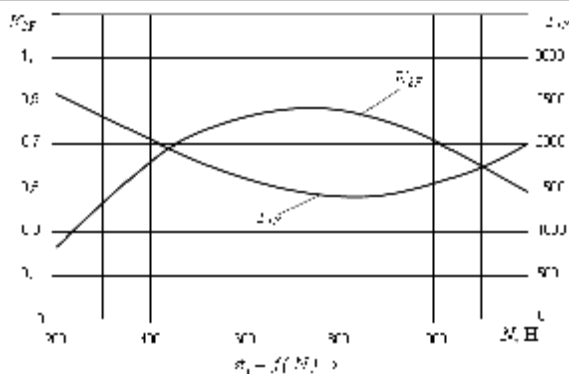


Рис. 4 – Зависимость  $K_{2F}$  и  $T_{1F}$  от величины входного воздействия на трибосистему

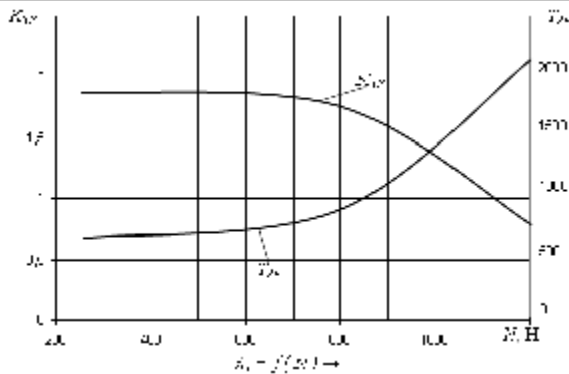


Рис. 5 – Зависимость  $K_{3F}$  и  $T_{2F}$  от величины входного воздействия на трибосистему

Входным воздействием на трибосистему служит оптимальное значение  $F_{1opt}$ , которое соответствует нагрузке 800 Н и равно:

$$F_{1opt} = \frac{800^{2/3} \cdot 0,5^{2/3} \cdot 1300^{7/3}}{(7,2 \cdot 10^{13})^{1/3} \cdot 1,52^{2/3}} = 18304,19.$$

Полученные кривые представлены на рис. 6. Наряду с расчетными кривыми показаны экспериментальные кривые, которые получены по результатам эксперимента соответствующей трибосистемы на машине трения. Ошибка моделирования составила:

$$\delta = \frac{|I_{V\text{ рас}} - I_{V\text{ экс}}|}{I_{V\text{ экс}}} \cdot 100\% = \frac{|35 - 32|}{32} \cdot 100\% = 9,3\%,$$

$$\delta = \frac{|F_{\text{тр рас}} - F_{\text{тр экс}}|}{F_{\text{тр экс}}} \cdot 100\% = \frac{|100 - 115|}{115} \cdot 100\% = 13\%,$$

что является удовлетворительным при моделировании процессов трения и изнашивания.

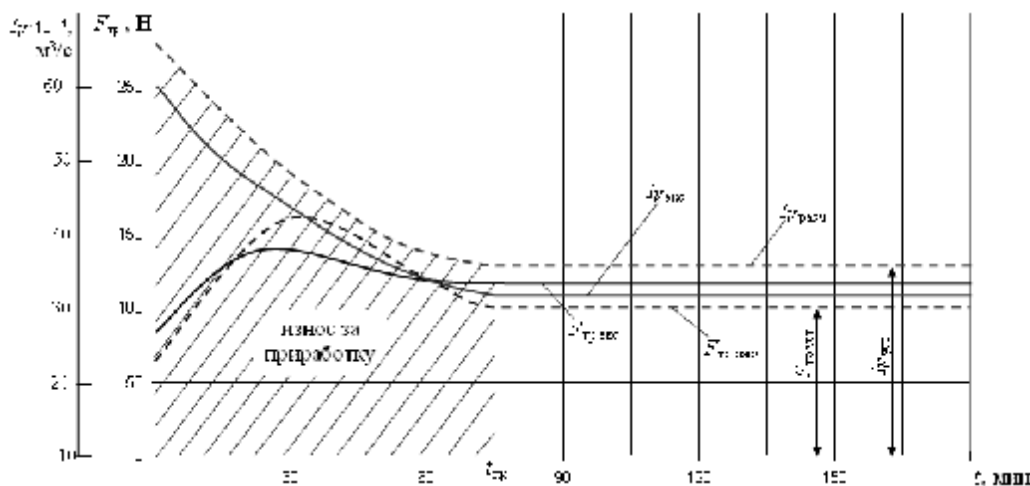


Рис. 6 – Переходные характеристики скорости изнашивания  $I_V$  и силы трения  $F_{\text{тр}}$  во времени  $t$  для оптимального входного воздействия  $F_{1opt}$ , которое соответствует нагрузке 800Н

Износ за приработку, блок 5, определяется как заштрихованная площадь под кривой  $I_{V\text{ рас}} = f(t)$ , рис. 6. Исходя из рис. 6, время приработки (завершения переходного процесса) соответствует 75 мин.

Износ за приработку найдем по формуле (6), разбив временной участок на 75 частей. Скорость изнашивания  $I_{Vi}$  на каждом участке определяется из графика 6. Площадь трения неподвижного бронзового образца для  $K_\phi = 1,52$  составляет  $A_{\text{тр}} = 6,02 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2$ .

В результате имеем:

$$h_{np} = \frac{\sum_{i=1}^{75} (I_{Vi} \cdot 10^{-14} \cdot 60)}{6,02 \cdot 10^{-5}}, [\text{м}].$$

Величина силы трения на установившемся режиме, равная  $F_{mpycm} = 100\text{Н}$ , рис. 6, определяет механические потери трибосистемы в процессе эксплуатации.

Величина скорости изнашивания на установившемся режиме, равная  $I_{Vycm} = 35 \cdot 10^{-14} \text{ м}^3/\text{с}$ , определяет величину износа за время эксплуатации.

Ресурс трибосистемы с учетом величины износа  $h_{np}$  за время приработки можно рассчитать по формуле (9).

Например, предельный износ в трибосистеме не должен превышать величины 1 мм, т.е.  $h_{np} = 1 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ .

Тогда ресурс трибосистемы составит:

$$t_{\text{Э}} = \frac{1 \cdot 10^{-3} \cdot 6,02 \cdot 10^{-5}}{35 \cdot 10^{-14}} - \frac{\sum_{i=1}^{75} (I_{Vi} \cdot 60)}{35 \cdot 10^{-14}}, [\text{с}].$$

Для данного примера время эксплуатации составляет 40 часов.

### Выводы

1. Разработана структура методики математического моделирования переходных процессов в трибосистемах, состоящая из последовательно выполняемых блоков, которая позволяет определять ресурс и механические потери на трение проектируемых трибосистем без проведения предварительных экспериментов. При этом, ресурс трибосистем определяется с учетом износа за приработку, что является существенным отличием от всех ранее существующих расчетных моделей и методик.

2. Методика позволяет определять оптимальные режимы приработки и последующей эксплуатации проектируемых трибосистем.

### Литература

1. Войтов В.А., Козырь А.Г. Моделирование переходных процессов в трибосистемах. Часть 1. Критерии оценки переходных процессов // Проблемы трибологии. – 2013. – № 3. – С. 114-122.
2. Кузьменко А.Г. Влияние статистической неоднородности, размеров и кинематических условий на износ поверхностей трения // Трение и износ. – 1985. – Т.6, № 3. – С. 432-441.
3. Тартаковский И.Б. Корреляционное уравнение износа // Вестник машиностроения. – 1968. – № 2. – С. 17-24.
4. Бендерский А.М. Вероятностная модель износа детали // Надежность и контроль качества. – 1970. – № 5. – С. 13-24.
5. Костецкий Б.И., Стрельников В.П., Таций В.Г. Марковская модель износа и прогнозирование долговечности изнашиваемых деталей // Проблемы трения и изнашивания. – 1976. – № 10. – С. 10-15.
6. Богданов Дж., Козин Ф. Вероятностные модели накопления повреждений: Пер. с англ. – М.: Мир, 1989. – 344 с.
7. Семенюк Н.Ф. Средняя высота микровыступов шероховатой поверхности и плотность пятен контакта при контактировании шероховатой поверхности с гладкой // Трение и износ. – 1986. – Т.7, №1. – С. 85-91.
8. Сорокатый Р.В. Анализ современного состояния методов расчета износа и прогнозирования ресурса // Проблемы трибологии. – 2007. – №1. – С. 23-36.
9. Сорокатый Р.В. Метод трибоэлементов. – Хмельницкий: ХНУ, 2009. – 242 с.
10. Войтов В.А., Исаков Д.И. Моделирование граничного трения в трибосистемах. I. Методика физического моделирования // Трение и износ. – 1996. – Т.17, №3. – С. 298-306.
11. Войтов В.А., Исаков Д.И. Моделирование граничного трения в трибосистемах. II. Методика математического моделирования стационарных процессов при граничном трении // Трение и износ. – 1996. – Т.17, №4. – С. 456-462.
12. Войтов В.А., Исаков Д.И. Моделирование граничного трения в трибосистемах. III. Математическое моделирование нестационарных процессов при граничном трении // Трение и износ. – 1996. – Т.17, №5. – С. 598-605.
13. Войтов В.А. Принципы конструктивной износостойкости узлов трения гидромашин / В.А. Войтов, О.М. Яхно, Ф.Х. Аби-Сааб. – К.: КПИ, 1999. – 192 с.

Поступила в редакцию 21.10.2013

**Vojtov V.A., Kozyr A.G., Sysenko I.I. Simulation of transient processes in the tribosystem. Part 2. Methods of simulation of transient processes.**

The structure of methods of mathematical modeling of transients in tribosystem consisting of sequentially executed blocks, which allows to determine the resource and mechanical friction losses projected tribosystems without preliminary experiments. In this resource tribosystems determined taking into account for the running-in wear, a significant difference from all previously existing settlement patterns and techniques.

The method allows to determine the optimal modes of the running and subsequent operation of the Project tribosystems.

**Key words:** tribosystem, modeling, wear rate, friction force, transition process, methods of simulation of transient processes.

**References**

1. Vojtov V.A., Kozyr' A.G. Modelirovanie perehodnyh processov v tribosistemah. Chast' 1. Kriterii ocenki perehodnyh processov. Problemy tribologii. 2013. № 3. S. 114-122.
2. Kuz'menko A.G. Vlijanie statisticheskoj neodnorodnosti, razmerov i kinematiceskikh uslovij na iznos poverhnostej trenija. Trenie i iznos. 1985. T.6, № 3. S. 432-441.
3. Tartakovskij I.B. Korreljacionnoe uravnenie iznosa. Vestnik mashinostroenija. 1968. № 2. S. 17-24.
4. Benderskij A.M. Veroyatnostnaja model' iznosa detali. Nadezhnost' i kontrol' kachestva. 1970. № 5. S. 13-24.
5. Kosteckij B.I., Strel'nikov V.P., Tacij V.G. Markovskaja model' iznosa i prognozirovanie dolgovechnosti iznashivaemyh detalej. Problemy trenija i iznashivaniya. 1976. № 10. S. 10-15.
6. Bogdanoff Dzh., Kozin F. Veroyatnostnye modeli nakoplenija povrezhdenij: Per. s angl. M.: Mir, 1989. 344 s.
7. Semenjuk N.F. Srednjaja vysota mikrovystupov sherohovatoj poverhnosti i plotnost' pjaten kontakta pri kontaktirovanii sherohovatoj poverhnosti s gladkoj. Trenie i iznos. 1986. T.7, №1. S. 85-91.
8. Sorokatj R.V. Analiz sovremennogo sostojanija metodov rascheta iznosa i prognozirovanija resursa. Problemy tribologii. 2007. №1. S. 23-36.
9. Sorokatj R.V. Metod tribojelementov. Hmel'nickij: HNU, 2009. 242 s.
10. Vojtov V.A., Isakov D.I. Modelirovanie granichnogo trenija v tribosistemah. I. Metodika fizicheskogo modelirovanija. Trenie i iznos. 1996. T.17, №3. S. 298-306.
11. Vojtov V.A., Isakov D.I. Modelirovanie granichnogo trenija v tribosistemah. II. Metodika matematicheskogo modelirovanija stacionarnyh processov pri granichnom trenii. Trenie i iznos. 1996. T.17, №4. S. 456-462.
12. Vojtov V.A., Isakov D.I. Modelirovanie granichnogo trenija v tribosistemah. III. Matematicheskoe modelirovanie nestacionarnyh processov pri granichnom trenii. Trenie i iznos. 1996. T.17, №5. S. 598-605.
13. Vojtov V.A., Jahno O.M., Abi-Saab F.H. Principy konstruktivnoj iznosostojkosti uzlov trenija gidromashino. K.: KPI, 1999. 192 s.