

Кузьменко А.Г.

Хмельницкий национальный университет,
г. Хмельницкий, Украина

**ВСЕОБЩИЙ ЗАКОН ПЕРИОДИЧНОСТИ
КАТАСТРОФ В НЕОДНОРОДНЫХ
НЕЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ
СИСТЕМАХ. ЧАСТЬ 1. 2π – ТЕОРЕМА
О ПЕРИОДИЧНОСТИ КАТАСТРОФ**

1. Возможные частные источники случайных событий

Задача надежности обнаружить, изучить, описать и количественно определить состояния систем, находящихся в потоке непрерывно изменяющихся случайных событий, то есть по существу по определению, в состоянии хаоса. Для того, что бы решать эту задачу необходимо иметь представление о причинах, порождающих случайные события.

Уже выполняя опыты с элементарным бросанием монеты, мы начинаем понимать, что любая динамическая система, как правило, состоит из двух частей: внутренней области и граничных условий на внешней границе области. Источники случайных событий лежат как во внутренней области, наделенной основными физическими и геометрическими свойствами, так и в характере граничных условий.

Все причины возникновения случайных событий в системе естественно разделить на внутренние, внешние и общие системные.

1⁰. Пусть: 1) внутренняя область системы не содержит случайных компонентов, то есть полностью детерминированная; 2) если граничные условия при этом случайны или содержат случайные компоненты, то в итоге будем иметь случайные колебания всей системы. Это первый механизм появления случайных колебаний в динамической системе.

2⁰. Открытие эффекта Пуанкаре-Андрона, не умаляя роли других выдающихся до уровня гениальности математиков (Мандельштама, Лоренца, Колмогорова, Арнольда, Мозера), состоит в том, что детерминированная система из однородных элементов при чисто детерминированных внешних воздействиях при определенных условиях может скачком (взрывом) перейти не только в систему со случайными колебаниями, но и в систему с хаотическими, то есть случайными и непредсказуемыми колебаниями.

2. Эффект Пуанкаре-Андрона

1⁰. Сущность условий реализации эффекта состоит в следующем: пусть 1) имеется некоторая динамическая система, описываемая нелинейными дифференциальными уравнениями вида

$$dx_i / dt = f(x_1, x_2, \dots, x_n), \quad i = 1, \dots, n, \quad (18.1)$$

то есть уравнениями, содержащими нелинейные члены:

- 2) если система (18.1) неустойчива по Ляпунову;
- 3) и при этом траектории движения точек в фазовом пространстве перепутываются, то есть с одной стороны разбегаются, с другой переходят с одной стороны сепаратриссы на другую;
- 4) то в рассматриваемой динамической системе неизбежно возникают хаотические, то есть в общепринятом смысле непредсказуемые колебания.

2⁰. Сформулированное утверждение явилось результатом длительных (практически столетних) от Пуанкаре до Колмогорова исследований математиков.

3⁰. 1. К сожалению, в динамических системах в области экономики, финансов, социологии и политологии положение с возможностью неожиданного появления хаоса такое же, как в метеорологии, то есть в этих областях хаотические взрывы являются регулярными.

2. К счастью в области техники случайные события в большей степени возникают по первой или второй схемам появления случайных событий. Так при движении автомобиля, закрепленного на нелинейной подвеске, возникают нелинейные колебания, изучаемые обычно по методу Ван дер Поля. Очевидно, что здесь техническими средствами удастся избежать выполнения условий неустойчивости по Ляпунову.

3. Вместе с тем открытие явления хаотических колебаний в нелинейных динамических системах играет решающую мировоззренческую роль в процессе познания окружающего мира и в использовании результатов этого познания для создания надежной техники.

В связи с этим в дальнейшем необходимо рассматривание некоторых детальных аспектов динамики нелинейных систем.

4⁰. Математически строгое рассмотренное утверждение сформулировано в виде теоремы Колмогорова-Арнольда-Мозера (КАМ).

Значимость этого результата приравнивается к созданию новой парадигмы [6] в области нелинейных колебаний.

5⁰. С точки зрения теоретической физики теоремой КАМ утверждается, что при определенных условиях исчезает принцип причинно-следственных связей, как основа научного подхода в любой области знаний.

Наличие и условия появления хаоса в нелинейных динамических системах впервые наиболее убедительно показано Э. Н. Лоренцем в 1963 году физиком, математиком и метеорологом из Массачусетского технологического университета. Лоренц исследовал простую модель тепловой конвекции в атмосфере. При этом была рассмотрена система трех дифференциальных уравнений с тремя переменными. Этой работой впервые показана принципиально точная непредсказуемость погоды.

6⁰. Уяснение сущности эффекта Пуанкаре-Андроннова требует достаточно высокой математической подготовки и определенных целенаправленных усилий обучающихся и организаторов процесса обучения.

Поскольку теория о закономерностях циклических хаотических взрывов в динамических системах является всеобщей интегрирующей охватывающей самые разные области науки и самое главное, носит мировоззренческий характер, то необходимо введение обязательных учебных дисциплин по нелинейной динамике в университетах.

3. 2π– теорема

Осознавая важность и необходимость изучения и дальнейшего развития нелинейной динамики, считаем возможным сформулировать следующие утверждение на уровне теоремы о цикличности или периодичности взрывов состояний или катастроф с переходом систем в хаотические непредсказуемые состояния.

Для кратности это утверждение далее будем называть как 2π– теорема о периодичности катастроф в нелинейных неоднородных динамических системах.

Сформулируем это утверждение из трех частей.

Часть первая – это собственно теорема Колмогорова-Арнольда-Мореза, которую в свободном изложении можно представить следующим образом:

1) если динамическая система обладает нелинейностью, то есть имеет нелинейные свойства и в результате описывается нелинейными дифференциальными уравнениями;

2) если в какой-то момент дифференциальные уравнения, описывающие нелинейную динамическую систему, неустойчивы по Ляпунову;

3) если в этот момент траектории фазового пространства дифференциальных уравнений нелинейной динамической системы расширяясь, пересекают плоскость симметрии или сепаратрису;

То в этот момент нелинейная динамическая система переходит в состояние хаотических (случайных, непредсказуемых колебаний);

Строгое доказательство этой теоремы выполнено Колмогоровым, Арнольдом и Мозером.

Часть вторая – это утверждение на уровне теоремы: всякая **статистически неоднородная система при внешних воздействиях обнаруживает нелинейные свойства.**

Доказательство этого утверждения или теоремы для частных случаев: 1) пластически деформируемых статистически неоднородных сред и 2) для изнашивания статически неоднородных поверхностей; приведены в части 2 данной публикации под названием «Нелинейность систем вследствие их неоднородности».

Часть третья – это утверждение на уровне очевидных фактов: **после каждой катастрофы статистическая неоднородность системы, как правило, увеличивается, по крайней мере, не уменьшается.**

Совокупность этих трех частей приводит к неизбежной циклической или периодической повторяемости катастроф в динамических нелинейных статистически неоднородных системах.

Для наглядности эти процессы можно представить в виде следующей схемы:

Цикл 1

1. Хаос – 1
2. Неоднородность – 1
3. Нелинейность – 1

Цикл 2

4. Хаос – 2
5. Неоднородность – 2
6. Нелинейность – 2

Цикл n ($n \rightarrow \infty$)

4. Хаос – n

5. Неоднородность – n

6. Нелинейность – n

.....

4. Всеобщий закон периодичности катастроф и хаотических стояний в нелинейных динамических системах

4.1. Общая формулировка закона

На основании 2π теоремы обобщая можно сформулировать следующий всеобщий закон периодичности катастроф и хаотических состояний в нелинейных динамических системах (НДС).

В любых нелинейных динамических системах при выполнении некоторых определенных условий потери устойчивости катастрофы и хаотические состояния могут периодически повторяться бесконечное число раз.

Иными словами для НДС хаотическое состояние скорее является нормой, чем отклонением от нормы.

До тех пор, пока мы рассматриваем механические НДС важность этого закона для общих судеб человечества не является очевидной.

В связи с этим сделаем попытки распространить этот закон периодичности катастроф на системы другой природы и, прежде всего на экономические, политические, биологические, социальные, психологические и другие системы, в которые входит каждый человек как элемент этих систем.

4.2. Основные элементы структуры и параметры НДС

Отметим следующие основные особенности механических НДС.

1⁰ Нелинейная динамическая система, как и любая система, в соответствии с системным анализом, состоит из элементов, или более укрупнено из подсистем;

2⁰. Вторым базовым блоком информации о НДС является знания о: 1) видах и 2) механизмах взаимодействия между элементами в НДС; или 3) представление об обобщенных силах взаимодействия в НДС.

3⁰. Третьим базовым параметром НДС является: 1) представление о сущности и природе неоднородности элементов; 2) затем вводится мера неоднородности; 3) наконец в завершение вводится некоторый базовый параметр в виде функции неоднородности системы;

4⁰. Четвертым базовым параметром НДС является нелинейность системы.

Нелинейность системы определяется нелинейностью взаимодействия между элементами системы.

1) Это наиболее сложный параметр состояния системы.

2) Здесь одного эффекта или силы взаимодействия недостаточно.

3) Необходимо иметь параметр результата взаимодействия.

4) Отсутствие прямой пропорциональности между взаимодействием и результатом взаимодействия является основным признаком нелинейности системы.

5⁰. После катастрофы начальное упорядоченное состояние системы, состоящей из элементов превращается в новое уже хаотическое состояние.

Пятым базовым параметром НДС является мера хаотичности; и составленные из этой меры функции хаотичности.

4.3. Взгляд на мир с точки зрения нелинейной динамики систем

Несколько более подробно иерархический список нелинейных динамических систем мира и человека можно представить в следующем виде.

1. Структура вселенная: 1) галактики; 2) межгалактическая среда; 3) темное вещество; 4) темная энергия; 5) черные дыры; 6) вакуум и т.д.: катастрофы: 1) большой взрыв; рождение галактики; рождение новых звезд; расширение вселенной.

2. Солнечная система: 1) солнце; 2) планеты; 3) земля; вокругсолнечная среда, астероиды и т.д.: катастрофы: 1) образование солнца; 2) вспышки солнечной активности; выбросы, взрывы на солнце; 3) образование системы планет; 4) превращение солнца в белый карлик; в красную звезду и т.д..

3. Система Земля-Луна: 1) внутри земли; 2) снаружи земли; 3) стратосфера, треносфера; 4) биосфера; 5) растительный мир; 6) животный мир; 7) воздушная оболочка;

Катастрофы: 1) кинематические (оледенение, похолодание, потепление); 2) геологические (землетрясения, цунами); 3) гидросферные (потопы, вулканы); 4) биосферные (схема животного и растительного мира); 5) вымирание видов; 6) падение материалов, астероидов, комет.

4. Деформируемые среды: 1) упругие; 2) пластические; 3) релаксирующие; 4) сыпучие; 5) жидкости; 6) газы; 7) плазмы; 8) дислокационные среды; 9) пористые и т.д.

Катастрофы: 1) разрушение структуры среды; 2) разрушение системы из элементов среды; 3) потеря устойчивости системы элементов; 4) турбулентность в жидкости.

5. Материалы: атомно-молекулярные структуры материалов: 1) кристаллы; 2) вакансии; 3) дислокации;

Катастрофы: 1) фазовые переходы как катастрофы; 2) переходы в разные агрегатные состояния как катастрофы.

6. Электромагнитные поля и излучения: 1) электрические сети; 2) магнитные поля; 3) все виды излучений; 4) атмосферное электричество катастрофы: 1) в сетях электроснабжения; 2) в электронных схемах; 3) электрические явления в атмосфере (молнии, полярные сияния); 4) электромагнитные бури.

7. Атом: 1) ядро; 2) электроны; 3) протоны; 4) элементарные частицы;

Катастрофы: 1) взрыв атома;

8. Электроны: 1) системы электронов в атоме;

Катастрофы: 1) отрыв электрона; 2) поглощение электрона; 3) статистическое электричество; 4) появление динамического электрического тока.

9. Сообщества людей и других живых существ;

Катастрофы: 1) войны; 2) исчезновение видов;

10. Экономические свойства: 1) производства; 2) сбыт, потребителей; 3) банки и посредники;

Катастрофы: кризисы, инфляции, перепроизводство.

11. Политические системы: 1) управление государством; партии, местное управление.

Катастрофы: 1) перевыборы; противостояния, смета власти

12. Филологические системы в человеке: 1) сердечно-сосудистая; 2) пищеварительная, энергетическая; 3) управляющая – мозг.

Катастрофы: остановка в работе физиологических систем;

13. Психологическая система человека: 1) состояние одного человека; 2) отношение в паре; 3) психология группы; 4) психология нации; 5) психология толпы.

14. Социальные системы: 1) отношение к старым; 2) виды и типы психосоциальных элементов.

Катастрофы: 1) разрушение сообщества из-за необеспеченности социальных групп; пищей, работой, жильем, условиями.

4.4. Порядок практического использования закона периодических катастроф

Для практического использования закона периодических катастроф и хаотического состояния для выбранной системы необходимо:

1) определить основные параметры системы как НДС;

2) составить нелинейные дифференциальные уравнения системы в пространстве определенных базовых параметров;

3) выполнить анализ критериев устойчивости и хаотичности дифференциальных уравнений;

4) выполнить решение уравнений с построением пространственных фазовых траекторий динамики процесса;

5) на основе реализаций предыдущих этапов определить возможность и вероятность перехода системы в хаотическое состояние.

4.5. Основные параметры нелинейных динамических систем на примере систем элементов в пластических деформируемых средах

Следуя подразделу 4.2 опишем кратко параметры нелинейных динамических систем для сплошных деформируемых тел.

1⁰. Сплошные деформируемые среды моделируются континуальным или дискретным набором малых деформируемых элементов.

2⁰. В сплошных средах постулируемая:

1) механическое взаимодействие между элементами, как по законам динамики, так и по законам деформирования;

2) заметим, что в строгой физике механическое взаимодействие отсутствует, что является явным нонсенсом, особенно в связи с тем, что из механики произошли все последующие подходы, модели и теории в других науках.

3) главным параметром в механических деформируемых системах является сила или напряжение как фактор, вызывающий изменения в элементах;

4) изменения в элементах деформируемой среды изменяются с помощью деформаций, как отношений изменения размеров элементов к первоначальному размеру.

3⁰. В качестве меры неоднородности пластической среды можно принять предел текучести материала

Тогда уровень или степень неоднородности можно описать с помощью функции вероятности распределения предела текучести в материале, параметры этой функции среднее значение и коэффициент вариации.

4⁰. В качестве меры нелинейности в механике пластичности обычно берут отношение деформации и напряжению, а в качестве функции нелинейности берут отклонение зависимости этого отношения от прямой линии.

5⁰. В теории пластичности детально известна система динамических дифференциальных уравнений среды и разработаны методы ее решений при разных граничных условиях; наиболее наглядной для изучения НДС в этом случае является система уравнений колебаний элементов из пластической среды.

6⁰. Наиболее сложным для изучения всех НДС является исследование условий устойчивости и хаотичности. Даже в случае, когда все остальные этапы пройдены.

4.6. Экономические динамические нелинейные системы

Для нелинейных динамических систем, в которых основные базовые параметры нелинейных систем еще не определены и не изучены, требуются значительные усилия и исследования для их определения.

Эта особенность наиболее наглядно просматривается на примере экономических систем, определяющих благополучие каждого человека в настоящее время.

1⁰. Укрупнено экономические системы состоят из подсистем производителей, потребителей и банковской подсистемы. Каждая подсистема состоит из множества участников.

2⁰. Взаимодействие участников подсистем осуществляется через финансовые потоки и операции:

1) чем больше финансовый потенциал участника подсистемы, тем сильнее его воздействие на остальных участников всех подсистем;

2) результатом воздействия участников подсистем экономической системы является его прибыль.

3⁰. Финансовые взаимодействия участников подсистем можно считать линейными, если их прибыль пропорциональна финансовым вложениям; если прибыль значительно отличается от вложений системы нелинейна, и нелинейность тем большая, чем больше это различие.

4⁰. Естественной мерой неоднородности в экономической системе является финансовый потенциал каждого участника или отношение денег у каждого к среднему содержанию денег; функции неоднородности это распределения вероятности содержания денег у каждого.

5⁰. Очевидно, что в экономических системах увеличение степени неоднородности приводит к увеличению степени нелинейности системы.

Далее следуя теореме, Колмогорова Арнольда Мазера при некоторых условиях экономическая система приходит к катастрофе или хаотическому состоянию, т.е. к экономическому кризису.

Кризис приводит к увеличению экономической неоднородности и далее к усилению нелинейности в отношениях участников системы в отношениях неизбежному повторению катастроф, кризиса и хаоса.

Таким образом, всеобщий закон периодичности катастроф с большой степенью обоснованности действует в экономических системах.

Из приведенного анализа следует, что основной причиной периодически повторяющихся кризисов в экономической системе является неоднородность финансового потенциала участников системы. Приостановить периодичность экономических кризисов можно только автоматическим или принудительным регулированием неоднородности финансового потенциала участников системы.

Это тем более важно, что экономические кризисы неизбежно приводят к политическим кризисом или к кризисом власти.

Безусловно, в дальнейшем интересно и полезно рассмотреть с точки зрения периодических катастроф все основные нелинейные динамические системы, приведенные в перечни НДС указанных в п. 4.3.

Надійшла 30.07.2012