

**Чернець М.В., \*\*\*****Жидик В.Б.\***

\* Дрогобицький державний педагогічний університет ім. Івана Франка, м. Дрогобич, Україна,

\*\* Люблінський політехнічний інститут, м. Люблін, Польща

**УЗАГАЛЬНЕНА КУМУЛЯЦІЙНА МОДЕЛЬ  
КІНЕТИКИ ЗНОШУВАННЯ ПІДШИПНИКА  
КОВЗАННЯ. ЧАСТИНА 1. ЛІНІЙНА  
І КУМУЛЯЦІЙНА МОДЕЛЬ**

Підшипники ковзання знаходять достатньо широке застосування у сучасному машинобудуванні. В літературі відомо розв'язки трибоконтактних задач для такої триботехнічної системи [1 - 7]. Вони, однак, здебільшого носять спрощений характер і внаслідок цього мають обмежене застосування в інженерній практиці як розрахункові методи трибосистем ковзання. Зокрема не враховувався вплив малої технологічної некруглості вала і втулки на довговічність підшипника. На основі відомої моделі дослідження кінетики зношування при терті ковзання [1] частково вирішено задачу врахування некруглості втулки на довговічність і зношування підшипників ковзання [8, 10, 11, 16 та ін.] з валом колового перерізу. В подальшому розроблено трибокінетичну кумуляційну модель зношування, яка дозволяє враховувати збурення форми контурів обох деталей підшипника [12]. Зокрема за цією моделлю отримано [12 - 14] розв'язки трибоконтактних задач для випадку однообластевого контакту вала з втулкою при різномітному ограненні їх контурів. Нижче розглянуто модифікацію цієї моделі для випадку реалізації змішаного (одно-дво-однообластевого) контакту.

**1. Постановка трибоконтактної задачі**

Розрахункову схему підшипника ковзання, де виступає одно-дво-однообластевий контакт співдотичних тіл, подано на рис. 1 (симетричний двообластевий співдотик).

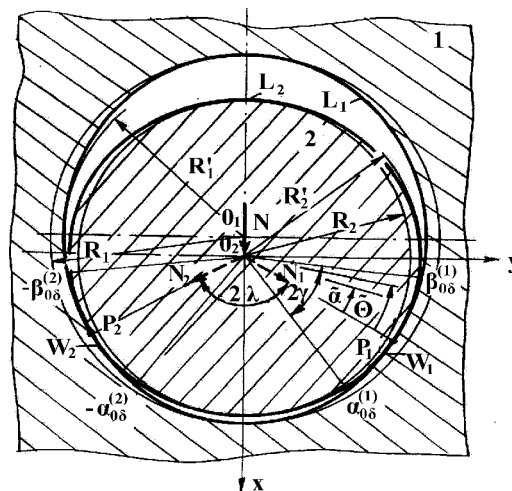


Рис. 1 – Розрахункова схема підшипника ковзання із збуренням контурів співдотичних тіл

Вал 2 і втулка 1 мають малу початкову некруглість (овальність, тригранність, чотиригранність)  $\delta_k \ll R_k$ , де  $k$  – нумерація тіл. Зокрема на рис. 1 подано елементи з овальністю контурів. Відповідно  $\delta_1 = R_1 - R_1'$ ,  $\delta_2 = R_2' - R_2$ , а  $R_1 = a_1$  – велика піввісь отвору у втулці,  $R_1' = b_1$  – його мала піввісь,  $R_2' = a_2$  – велика піввісь контуру перерізу вала,  $R_2 = b_2$  – його мала піввісь. У підшипнику наявний радіальний зазор  $\varepsilon = R_1 - R_2 > 0$ .

Силова взаємодія у підшипнику відбувається під впливом радіальної зосередженої сили  $N$ , прикладеної до диска 2. Пружні властивості тіл є різними. При повороті вала 2 реалізується одно – двообластевий контакт (симетричний або несиметричний).

У випадку симетричного двообластевого співдотику (рис. 1) в областях контакту  $W_1 = W_2 = 2\gamma R_2$  виникатимуть контактні тиски. Максимальних значень  $p(\lambda, \delta)$  вони досягатимуть по лінії дії сил  $N_1 = N_2 = N / (2\cos\lambda)$  як складових навантаження  $N$ . Кут початкового співдотику  $2\lambda$  є невідомим і для його визначення розроблено відповідні методи [15].

При несиметричному двообластевому співдотику сили  $N_1 \neq N_2$ , кути  $\lambda_1 \neq \lambda_2$ , кути контакту  $2\gamma_1 \neq 2\gamma_2$ , тиски  $p(\lambda_1, \delta) \neq p(\lambda_2, \delta)$  і їх величини пов'язані із кутом повороту  $\alpha_2$  вала.

Однообластевий симетричний контакт тіл буде у випадку їх розташування як показано на рис. 2.

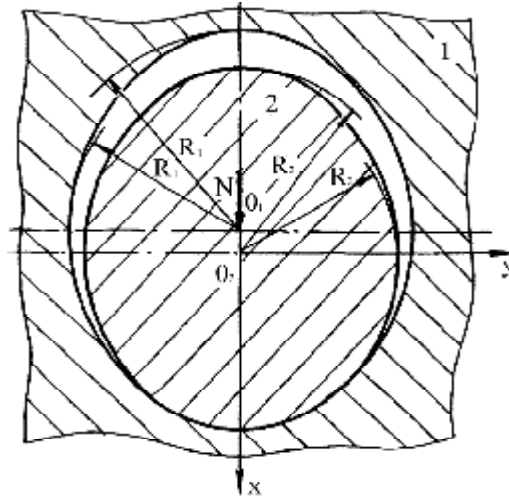


Рис. 2 – Симетричний однообластевий співдотик

Для однообластєвого симетричного контакту  $\alpha_2 = 0$  параметри, що його описують це: кут контакту  $2\alpha_{0\delta}$ , максимальний контактний тиск  $p(0, \delta)$ , область контакту  $W = 2\alpha_{0\delta}R_2$ , навантаження  $N$ . При цьому в міру зростання  $\alpha_2$  виникатиме спочатку несиметричний однообластєвий контакт, а в певний момент – несиметричний двообластєвий контакт. Вал обертається з кутовою швидкістю  $\omega_2 = \text{const}$ , а під впливом навантаження в області контакту виникає сила тертя, що зумовлює зношування вала і втулки. Зносостійкість матеріалів вала і втулки є неоднаковою.

Завдання дослідження полягають у визначенні:

- кута однообластєвого контакту  $2\alpha_{0\delta} = 2\alpha_{0\delta}(\alpha_2)$ ;
- максимальних контактних тисків  $p(\alpha_2, \delta)$  при симетричному і несиметричному однообластєвому контакті;
- кута початкового співдотику  $2\lambda$  при симетричному двообластєвому контакті;
- сил  $N_1 = N_2$  при симетричному двообластєвому контакті;
- сил  $N_1(\alpha_2)$ ,  $N_2(\alpha_2)$  при двообластєвому несиметричному контакті;
- кутів двообластєвого несиметричного контакту  $2\gamma_k(\alpha_2)$ ;
- максимальних контактних тисків  $p_1(\alpha_2, \delta)$ ,  $p_2(\alpha_2, \delta)$  у зонах двообластєвого несиметричного контакту;
- кутів однообластєвого трибоконтакту  $2\alpha_{0\delta h} = 2\alpha_{0\delta h}(\alpha_2)$ ;
- трибоконтактних тисків  $p(\alpha_2, \delta, h)$  при однообластєвому контакті;
- кутів двообластєвого трибоконтакту  $2\gamma_{k\delta h} = 2\gamma_{k\delta h}(\alpha_2)$ ;
- трибоконтактних тисків  $p_1(\alpha_2, \delta, h)$ ,  $p_2(\alpha_2, \delta, h)$  при двообластєвому несиметричному контакті;
- лінійних зношень кожного з елементів трибосистеми (вала по контуру, втулки в зонах співдотику) в кожній взаємодії на заданому кутовому переміщенні  $\Delta\alpha_2$  вала та після заданого числа  $n_2$  його обертів;
- довговічності  $T$  трибосистеми після  $n_2$  обертів вала.

## 2. Трибокінетична лінійна модель зношування

Базова лінійна модель трибоконтактної взаємодії, на базі якої формується узагальнена кумуляційна модель зношування, є такою [1]:

- система диференціальних рівнянь зношування:

$$\frac{1}{v} \frac{dh_1}{dt} = \Phi_1^{-1}(\tau), \quad \frac{1}{v} \frac{dh_2}{dt} \Phi_2(\tau) = \Phi_2^{-1}(\tau), \quad (1)$$

$v$  – швидкість ковзання;

$h_1, h_2$  – лінійні зношування елементів трибосистеми;

$t$  – час зношування;

$\Phi(\tau)$  – базовий параметр моделі – характеристична функція зносостійкості матеріалів трибопари для прийнятих умов зношування;

$L = vt$  – шлях тертя;

- питома сила тертя  $\tau$ :

$$\tau = fp, \quad (2)$$

де  $f$  – коефіцієнт тертя ковзання;

- експериментальна величина характеристичної функції  $\Phi_i(\tau_i)$  зносостійкості матеріалів:

$$\Phi_i(\tau_i) = L_i / h_i, \quad (3)$$

де  $h_i$  – лінійне зношування зразків встановлюється експериментально при величині питомої сили тертя  $\tau_i$ ;

- апроксимаційне співвідношення функції зносостійкості матеріалів:

$$\Phi_k(\tau) = B_k \frac{\tau_{k0}^{m_k}}{(\tau - \tau_{k0})^{m_k}}, \quad k = 1; 2, \quad (4)$$

де  $B_k, m_k, \tau_{k0}$  – характеристики зносостійкості матеріалів у трибопарі за заданих умов.

Рівняння для визначення контактної тиску для випадків симетричного однообластного і двообластного контакту має вигляд:

$$\begin{aligned} & k_1 \int_{\alpha_{\min}}^{\alpha_{\max}} \operatorname{ctg} \frac{\alpha - \beta}{2} p'(\alpha, \delta) d\alpha - k_3 \int_{\alpha_{\min}}^{\alpha_{\max}} p(\alpha, \delta) d\alpha - k_4 \cos \alpha \int_{\alpha_{\min}}^{\alpha_{\max}} p(\alpha, \delta) \cos \alpha d\alpha = \\ & = -\frac{\varepsilon}{R^2} \left[ 1 - \frac{\delta_1}{2\varepsilon} D_1(\alpha) - \frac{\delta_2}{2\varepsilon} D_2(\alpha) \right], \quad p' = dp/d\alpha, \quad \alpha_{\min} \leq \alpha \leq \alpha_{\max}, \end{aligned} \quad (5)$$

- однообластевий контакт:

$$\tilde{\alpha} = \alpha, \quad \tilde{\theta} = \theta, \quad 0 \leq \tilde{\alpha} \leq \theta, \quad 0 \leq \theta \leq \alpha_{0\delta}, \quad -\alpha_{0\delta} \leq \tilde{\alpha} \leq \alpha_{0\delta};$$

- двообластевий контакт:

$$\alpha = \lambda + \alpha, \quad \theta = \lambda + \theta, \quad 0 \leq \alpha \leq \theta, \quad 0 \leq \theta \leq \gamma, \quad \gamma_1 \leq \alpha \leq \gamma_2, \quad \gamma_{1,2} = \lambda \pm 0,5(\beta_{0\delta}^{(1)} - \alpha_{0\delta}^{(1)});$$

$$k_1 = \frac{1}{8\pi} \left( \frac{1 + \kappa_1}{G_1 R_1} + \frac{1 + \kappa_2}{G_2 R_2} \right), \quad k_3 = \frac{1 + \kappa_1}{8\pi G_1 R_1}, \quad k_4 = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{\kappa_1}{G_1 R_1} + \frac{1}{G_2 R_2} \right), \quad \kappa = 3 - 4\mu; \quad R = R_2,$$

де  $G, \mu$  – модуль зсуву і коефіцієнт Пуассона матеріалів;

$D_1(\alpha), D_2(\alpha)$  – характеристики некруглості контурів отвору і вала.

Для наближеного розв'язку рівняння (5) контактної задачі використовується метод колокації [1]. Найбільш простим є використання точки колокації  $\tilde{\alpha} = 0,5\alpha_{0\delta}$  (однообластевий контакт) и  $\tilde{\alpha} = 0,5\gamma$  (двообластевий контакт). В цьому випадку функція контактної тиску для обох видів контакту прийнята у вигляді:

$$p(\alpha, \delta) \approx E_\delta \varepsilon_\delta \sqrt{\operatorname{tg}^2 \frac{\alpha_{0\delta}}{2} - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}, \quad (6)$$

$$p(\lambda, \delta) \approx E_{\delta} \varepsilon_{\delta} \sqrt{\operatorname{tg}^2 \frac{\gamma}{2} - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha_0 - \lambda}{2}}, \quad (7)$$

де  $E_{\delta} = e_4 \cos^2 \frac{\tilde{\alpha}}{4} / R$ ,  $\varepsilon_{\delta} = \varepsilon \Sigma_{\delta}$ ;

$\Sigma_{\delta} = 1 - \frac{\delta_1}{2\varepsilon} D_1(\alpha_1) - \frac{\delta_2}{2\varepsilon} D_2(\alpha_2)$ ,  $\alpha_1 = 0, \alpha_2 = 0, 90^{\circ}, 180^{\circ}, 270^{\circ}, 360^{\circ}$  – симетричний контакт;

$\Sigma_{\delta} = 1 - \frac{\delta_1}{2\varepsilon} D_1(\alpha_1) - \frac{\delta_2}{2\varepsilon} D_2(\alpha_2)$ ,  $\alpha_1 = 0, 0 < \alpha_2 < 360^{\circ}$  – несиметричний контакт;

$e_4 = 4E_1 E_2 / Z$ ,  $Z = (1 + \kappa_1)(1 + \mu_1) E_2 + (1 + \kappa_2)(1 + \mu_2) E_1$ ;

$E = 2G / (1 + \mu)$  – модуль Юнга матеріалу.

Найбільший максимальний контактний тиск  $p(\alpha_2, \delta)$  при однообластевому контакті буде при  $\alpha_2 = 0$ , а при двообластевому симетричному контакті він буде в двох точках  $P_1$  і  $P_2$  (рис. 1), розташованих під кутом  $2\lambda$ . Відповідно:

$$p(\alpha_2, \delta) \approx E_{\delta} \varepsilon_{\delta} \operatorname{tg} \frac{\alpha_{0\delta}(\alpha_2)}{2} \text{ – однообластевий контакт,} \quad (8)$$

$$p(\alpha_2, \delta) \approx E_{\delta} \varepsilon_{\delta} \operatorname{tg} \frac{\gamma_k(\alpha_2)}{2} \text{ – двообластевий контакт.} \quad (9)$$

Невідомий півкут контакту  $\alpha_{0\delta}(\alpha_2)$  або  $\gamma_k(\alpha_2)$  обчислюється з врахуванням виду функції  $p(\alpha_2, \delta)$  з умови рівноваги сил, прикладених до вала:

$$N = 4\pi R_2 E_{\delta} \varepsilon_{\delta} \sin^2 \frac{\alpha_{0\delta}(\alpha_2)}{4} \text{ – однообластевий контакт,} \quad (10)$$

$$N_1 = N_2 = 4\pi R_2 E_{\delta} \varepsilon_{\delta} \sin^2 \frac{\gamma(\lambda)}{4} \text{ – двообластевий симетричний контакт,} \quad (11)$$

де  $N_1 = N_2 = N / 2 \cos \lambda$ ;

$$N_1 \neq N_2 = 4\pi R_2 E_{\delta} \varepsilon_{\delta} \sin^2 \frac{\gamma_k(\alpha_2)}{4} \text{ – двообластевий несиметричний контакт,} \quad (12)$$

де

$$N_{1\alpha_2} = \frac{\sin(90^{\circ} + \lambda - \alpha_2)}{\sin(180^{\circ} - 2\lambda)}, \quad N_{2\alpha_2} = \frac{\sin(-90^{\circ} + \lambda + \alpha_2)}{\sin(180^{\circ} - 2\lambda)}. \quad (13)$$

Трибоконтактні тиски визначаються так [10]:

$$p(\alpha_2, \delta, h) = p(\alpha_2, \delta) + p(\alpha_2, h), \quad (14)$$

де  $p(\alpha_2, h)$  – зміна тиску внаслідок зношування.

Згідно [10] вона описується функцією:

$$p(\alpha_2, h) = E_h \varepsilon_h \operatorname{tg} \frac{\alpha_{0\delta h}(\alpha_2)}{2}, \quad (15)$$

$$p(\alpha_2, h) = E_h \varepsilon_h \operatorname{tg} \frac{\gamma_{k\delta h}(\alpha_2)}{2}, \quad (16)$$

де  $E_h = e_4 \cos^2 \frac{\alpha_{0\delta h}(\alpha_2)}{4} / R$ ,  $E_h = e_4 \cos^2 \frac{\gamma_{k\delta h}(\alpha_2)}{4} / R$ .

Півкут трибоконтакту  $\alpha_{0\delta h}(\alpha_2)$  чи  $\gamma_{k\delta h}(\alpha_2)$  визначається з умов типу (10, 12), а саме:

$$N = 4\pi R_2 (E_{\delta} \varepsilon_{\delta} + E_h \varepsilon_h) \sin^2 \frac{\alpha_{0\delta h}(\alpha_2)}{4}, \quad (17)$$

$$N_1(N_2) = 4\pi R_2 (E_\delta \varepsilon_\delta + E_h \varepsilon_h) \sin^2 \frac{\gamma_{k\delta h}(\alpha_2)}{4}, \quad (18)$$

де  $\varepsilon_h = h_k (\pm K_t^{(k)} \pm h'_k)$ ; тут "+", коли у результаті зношування елемента тиск зростає, а "-" – коли спадає;

$h'_1 = h_2 / h_1$ ,  $h'_2 = h_1 / h_2$  – відносні зношування;

$K_t$  – коефіцієнт взаємного перекриття;

$$h'_1 = \frac{\Phi_1(\tau)}{\Phi_2(\tau)} = \frac{B_1 \tau_{10}^{m_1} (\tau(0) - \tau_{20})^{m_2}}{B_2 \tau_{20}^{m_2} (\tau(0) - \tau_{10})^{m_1}} K_t^{(2)}; \quad h'_2 = \frac{\Phi_2(\tau)}{\Phi_1(\tau)} = \frac{B_2 \tau_{20}^{m_2} (\tau(0) - \tau_{10})^{m_1}}{B_1 \tau_{10}^{m_1} (\tau(0) - \tau_{20})^{m_2}} K_t^{(1)},$$

де  $\tau(0) = fp(\alpha_2, \delta)$ ;  $p(\alpha_2, \delta)$  – згідно (8), (9).

Після інтегрування системи трибокінетичних рівнянь (1) з врахуванням залежностей (2), (4), (8), (9), (14), (15) отримано рівняння довговічності підшипника для випадку вала колового перерізу:

$$t = - \frac{B_k \tau_{k0}^{m_k}}{\nu S_h \Sigma_k (1 - m_k) K_t^{(k)}} \left\{ [\tau(0) - \tau_{k0}]^{1 - m_k} - [(\tau(0) - \tau_{k0}) + h_k \Sigma_k S_h]^{1 - m_k} \right\}, \quad (19)$$

де  $S_h = fp(\alpha_2, h) / \varepsilon_h$ ;

$\Sigma_1 = (-K_t^{(1)} + h'_1)$ ,  $\Sigma_2 = (K_t^{(2)} - h'_2)$ ;  $K_t^{(1)} = 1$ ,  $K_t^{(2)} = \alpha_{0\delta} / \pi$  (вал колового перерізу).

Звідси

$$h_k = \left| \frac{1}{S_h \Sigma_k} \left[ \sqrt[1 - m_k]{\frac{L_k H_k^{1 - m_k} - t_*}{L_k}} - H_k \right] \right|, \quad (20)$$

де  $L_k = B_k \tau_{k0}^{m_k} / \nu S_h (1 - m_k) \Sigma_k K_t^{(k)}$ ,  $H_k = \tau(0) - \tau_{k0}$ .

### 3. Трибокінетична кумуляційна модель зношування

Оскільки некруглість вала призводить до того, що параметри початкового контакту – максимальні контактні тиски  $p_0(\alpha_2, \delta)$  і півкут контакту  $\alpha_{0\delta} = \alpha_{0\delta}(\alpha_2)$ , трибоконтракту –  $p_0(\alpha_2, \delta, h)$  і  $\alpha_{0\delta h}$ , а також лінійні зношування вала і втулки будуть функціями його кута повороту  $\alpha_2$ , то лінійна модель зношування безпосередньо не може бути застосована для дослідження кінетики зношування. З цією метою розроблено [12] кумуляційну модель зношування, яка базується на інтервально-дискретній взаємодії елементів підшипників ковзання на певній вибраній області трибоконтракту  $\Delta\alpha_2$ .

Відповідно поінтервальні величини зношування  $\bar{h}_{1\alpha_2}$  та  $\bar{h}_{2\alpha_2}$  співдотичних деталей підшипника розраховуються за формулою виду (20):

$$\bar{h}_{k\alpha_2} = \left| \frac{1}{S_h \Sigma_k} \left[ \sqrt[1 - m_k]{\frac{L_k H_{k\alpha_2}^{1 - m_k} - t_*''}{L_k}} - H_{k\alpha_2} \right] \right|, \quad (21)$$

де  $H_{k\alpha_2} = \tau_0(\alpha_2) - \tau_{k0}$  – у першому оберті вала;

$H_{k\alpha_2} = \tau_0(\alpha_2, n_2) - \tau_{k0}$  – в наступних  $n_2$  обертах;

$\tau_0(\alpha_2) = fp(\alpha_2, \delta)$ ;  $\tau_0(\alpha_2, n_2) = fp(\alpha_2, n_2, \delta, h)$ ;  $K_t^{(1)} = K_t^{(2)} = 1$ .

Час  $t_*''$  інтервальної трибоконтрактною взаємодії на переміщенні  $\Delta\alpha_2$

$$t_*'' = \frac{L'}{v} \Delta\alpha_2 = \frac{\Delta\alpha_2}{360\bar{n}_2}, \quad (22)$$

де  $L' = 2\pi R_2 / 360$  – шлях тертя ковзання при повороті вала на  $1^\circ$ ;

$v = \omega_2 R_2$  – швидкість ковзання;

$\omega_2 = \pi \bar{n}_2 / 30$ ,  $\bar{n}_2$  – кількість обертів вала за хвилину.

При визначенні  $\alpha_{0\delta h}$  за рівнянням (17) та  $\gamma_{k\delta h}$  за рівнянням (18) слід параметр  $\epsilon_h$  обчислювати так:

$$\epsilon_h = \sum_1^j \bar{h}_{1\alpha_2} \Sigma_1. \quad (23)$$

Однак у виразах (15, 16) належить приймати  $\epsilon_h \equiv \epsilon'_h = \bar{h}_{1\alpha_2} \Sigma_1$ .

Кількість інтервалів взаємодії за оберт вала  $j = 360^\circ / \Delta\alpha_2$ .

Трибоконтактні тиски в 1-ому оберті вала на кожному  $j$ -му інтервалі при його зношуванні обчислюються наступним чином:

$$p_0(\alpha_2, \delta, h) = p_0(\alpha_2 - \Delta\alpha_2, \delta) + \sum_1^j p_0(\alpha_2 - \Delta\alpha_2, \bar{h}_{j-1}), \quad (24)$$

де  $p_0(\alpha_2 - \Delta\alpha_2, \delta)$  та  $p_0(\alpha_2 - \Delta\alpha_2, \bar{h}_j)$  обчислюються для кожного  $j$ -го інтервалу за (8), (9) та (15, 16).

В усіх наступних обертах вала трибоконтактні тиски встановлюють так:

$$p_0(\alpha_2, n_2, \delta, h) = p_0(2\pi n_2 + \alpha_2, \delta, h) = p_0[2\pi n_2 + (\alpha_2 - \Delta\alpha_2), \delta, h] + \sum_1^{jn_2} p_0[2\pi n_2 + (\alpha_2 - \Delta\alpha_2), \bar{h}_{j-1}]. \quad (25)$$

Зношування деталей підшипника протягом одного оберту обчислюється наступним чином:

$$h_1^{(1)} = \sum_1^j \bar{h}_{1|\alpha_1=0}^{(1)} \quad (\text{в точці } \alpha = 0), \quad (26)$$

$$h_{2\alpha_2}^{(1)} = \bar{h}_{2\alpha_2}^{(1)} \quad (\text{в точках } \alpha_2 = 0, \Delta\alpha_2, 2\Delta\alpha_2, \dots, 360^\circ). \quad (27)$$

а, відповідно, після  $n_2$  обертів вала

$$h_1^{(n_2)} = \sum_1^{jn_2} \bar{h}_{1|\alpha_1=0}^{(n_2)}, \quad (28)$$

$$h_{2\alpha_2}^{(n_2)} = \sum_1^{n_2} \bar{h}_{2\alpha_2}^{(n_2)}. \quad (29)$$

Час роботи  $T$  підшипника:

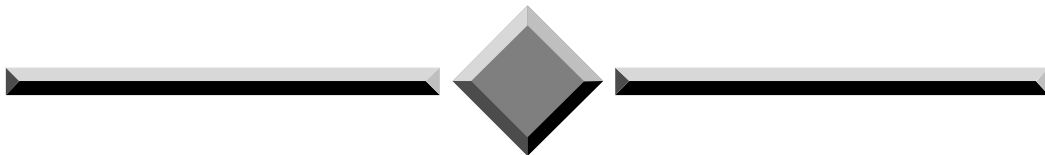
$$T = jt_*'' n_2 \quad (\text{сек}). \quad (30)$$

## Література

1. Андрейкив А.Е., Чернец М.В. Оценка контактного взаимодействия трущихся деталей машин. – К.: Наукова думка, 1991. – 160 с.
2. Горячева И.Г., Добычин Н.М. Контактные задачи в трибологии. – М.:Машиностроение, 1988. – 256 с.
3. Коваленко Е.В. К расчету изнашивания сопряжения вал – втулка // ММТ. – 1982. - № 6. – С. 66-72.

4. Кравчук А.С., Чигарев А.В. Механика контактного взаимодействия тел с круговыми границами. - Минск: Технопринт, 2000. – 198 с.
5. Крагельский И.В., Добычин Н.М., Комбалов В.С. Основы расчетов на трение и износ. – М.: Машиностроение, 1977. – 526 с.
6. Кузьменко А.Г. Методи розрахунків на зношування та надійність.–Хмельницький:ТУП, 2002.– 151 с.
7. Теплый М.И. Определение контактных параметров и износа в цилиндрических опорах скольжения // Трение и износ. – 1987. -№ 6. – С. 895-902.
8. Чернец М.В. К вопросу об оценке долговечности цилиндрических трибосистем скольжения с границами, близкими к круговым // Трение и износ. – 1996. -№ 3. – С.340-344.
9. Чернец М.В., Луцишин Р.М. Про один метод контактної міцності циліндричних спряжень з малим збуренням контурів // Проблеми трибології. – 1997. -№ 2. – С.80-87.
10. Чернец М., Пашечко М., Невчас А. Методи прогнозування та підвищення зносостійкості триботехнічних систем ковзання. У 3-х томах. – Дрогобич: Коло, 2001.
11. Чернец М.В. Методологія оцінки характеристик контакту та прогнозування довговічності циліндричних трибосистем ковзання // Проблеми трибології. – 2000. - №1. – С. 14-22.
12. Чернец М.В., Лебедева Н.М. Оцінка кінетики зношування трибосистем ковзання при наявності овальності контурів їх елементів за кумуляційною моделлю // Проблеми трибології. – 2005. - №4. – С. 114-120.
13. Чернец М., Андрейків О., Лебедева Н. Дослідження впливу складного огранення деталей підшипника ковзання на параметри контактної та трибоконтактної взаємодії // Проблеми трибології. – 2007. – №4. – С. 50-54.
14. Чернец М.В., Андрейків О.Є., Лебедева Н.М., Жидик В.Б. Модель оцінки зношування і довговічності підшипника ковзання за малої некруглості // ФХММ. – 2009. – №2. – С. 121-129.
15. Чернец М.В. Контактна задача для циліндричного з'єднання з технологічним ограненням контурів деталей // ФХММ. – 2009. – №6. – С. 93-99.
16. Czerniec M. Wytrzymałość stykowo – tarciowa oraz trwałość tribotechnicznych systemów ślizgowych. – Lublin: Wyd. Politechniki Lubelskiej, 2000. – 490 s.

Надійшла 04.09.2012



**ЧИТАЙТЕ**  
 журнал  
**“Problems of Tribology”**  
 во всемирной сети  
**INTERNET !**  
<http://www.tup.km.ua/science/journals/tribology/>