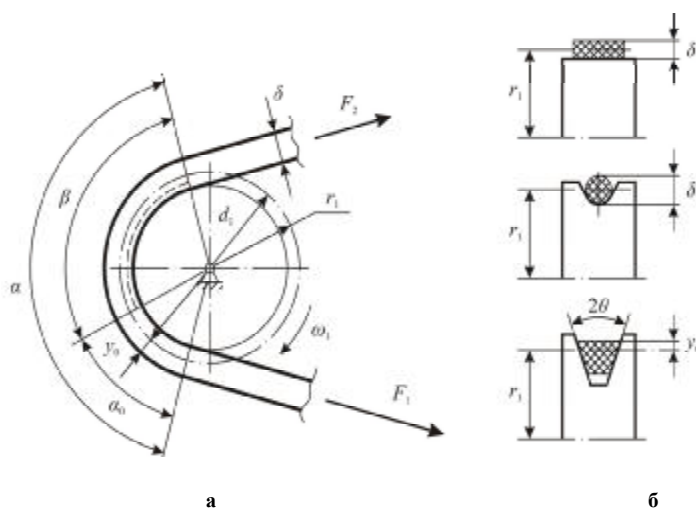


**Пожбелко В.И.**Южно-Уральский государственный  
университет,  
г. Челябинск, Россия**ПРЕДЕЛЬНЫЕ ТЯГОВЫЕ СВОЙСТВА И  
ЗАКОНЫ ТРЕНИЯ РАСТЯЖИМЫХ ГИБКИХ  
ТЕЛ В РЕМЕННЫХ ПЕРЕДАЧАХ. ЧАСТЬ 1****1. Введение и постановка задачи**

Рассматриваемый класс фрикционных механизмов с тяговым усилием за счет трения о цилиндрический барабан гибких передаточных элементов – это гибкие связи в виде ремня, ленты, нити, троса и т.д. (ременные передачи, вариаторы скорости, стальные и конвейерные ленты рабочих органов и др.) – широко применяется в машиностроении (металлорежущие станки, текстильные и швейные машины, транспортеры с гибким тяговым органом, ленточные пилорамы и конвейеры, бесступенчатые трансмиссии тяговых и транспортных машин и др.) [1-7].

Их основными достоинствами являются простота конструкции, бесшумность, возможность бесступенчатого регулирования передаточного отношения, неразрушаемость при перегрузках и высокий КПД; а недостатками – ограниченные тяговые способности, интенсивный нагрев при пробуксовках и большие габариты.

Типовая схема механизмов с гибкими передаточными элементами и основные формы поверхностей их трения представлены на рис. 1, где обозначено:  $\alpha = \alpha_0 + \beta$  – угол обхвата;  $\alpha_0$  – угол сцепления;  $\beta$  – угол упругого скольжения;  $d_1, \delta, y_0$  – соответственно диаметр нейтрального слоя изогнутой гибкой связи (принимаемый за расчетный диаметр шкива), её толщина и расстояние до наружного (наиболее напряженного слоя);  $r_1 = 0,5d_1$  – радиус кривизны изгиба гибкой связи.



**Рис. 1 – Типовая схема фрикционных механизмов с гибкими связями (а) и основные формы образующей поверхности их трения (б)**

Традиционно тяговые способности *передачи усилий* гибкой связью принято оценивать [2] посредством коэффициента тяги:

$$\psi = \frac{F_t}{2F_0} = \frac{(F_1 - F_2)}{2F_0} \leq 1,$$

где  $F_t$  – сила трения гибкой связи о шкив;

$F_1, F_2$  – силы на ведущей и ведомой ветвях;  $F_0 = 0,5(F_1 + F_2)$  – сила предварительного натяжения каждой из ветвей (рис. 1). При этом согласно [2] сила сопротивления гибкой связи своему изгибанию по контуру барабана (шкива) пренебрежимо мала (по сравнению с силой ее натяжения), а действие центробежных сил учитывается только в быстроходных передачах (поправочным коэффициентом – при окружных скоростях движения более 10 м/с). В качестве типовой принята [2] ременная передача с передаточным отношением  $u = 1$  (т.е.  $\alpha = \pi$ ) и  $v = 10$  м/с, для которой по стандарту ISO и проводятся все основные испытания и эксперименты. В машиностроении сложилась практика [2, с. 606] расчета ременных передач на основании результатов указанных испытаний с введением множества эмпирических поправочных коэффициентов, что затрудняет совмещение их экстремального и оптимизационного синтеза.

В самой простой теоретической постановке задачи Л. Эйлером (еще два века назад) была получена формула для расчета силы трения из условия статического равновесия буксующей нерастяжимой и бесконечно тонкой гибкой нити, причем без учета радиуса кривизны ее изгиба [2], которая непригодна для конструирования работоспособных ременных передач (так как не содержит их основных проектных параметров).

В результате возникает более сложная практическая задача [8], [9] установления предельных тяговых свойств, габаритов и законов трения гибких тел с учетом их упругой растяжимости, толщины и кривизны изгиба, которая решается ниже на основе разработанной автором динамической теории предельного трения (рассматривается трибодинамика пары трения) [8] и установленного в этой теории существования в окружающем мире универсальных констант трения и силовых закономерностей:

1. Базовая закономерность. Существует динамический предел роста силы (коэффициента  $f_s$ ) трения покоя, равный  $3/2$  силы (коэффициента  $f_k$ ) трения движения:

$$\lim \left( \frac{f_s}{f_k} \right) = \frac{3}{2}. \quad (1)$$

2. Предельный коэффициент силы трения движения:

$$\lim(f_k) = \frac{4}{9}. \quad (2)$$

3. Предельный коэффициент силы трения покоя:

$$\lim(f_s) = \frac{2}{3}. \quad (3)$$

4. Предельный угол трения движения:

$$\lim \varphi_k = \arctg(\lim f_k) = \arctg \frac{4}{9} = 23^\circ 57' \approx 24^\circ. \quad (4)$$

5. Предельный угол трения покоя:

$$\lim \varphi_s = \arctg(\lim f_s) = \arctg \frac{2}{3} = 33^\circ 41' \approx 34^\circ. \quad (5)$$

6. Универсальная константа  $\lim(f_k) = \frac{4}{9}$  представляет собой установленный аналитически [8]

порог  $P$  (рис. 2) перехода внешнего трения твердых тел с прямолинейной образующей трущихся поверхностей (прямолинейный участок 0 – 1 упругой деформации) во внутреннее трение твердых тел (криволинейный участок 1 – 2) упруго-пластической деформации до срыва тела в точке 2 с последующим возникновением (в зоне 2 – 3) фрикционных автоколебаний (только в упругой механической системе).

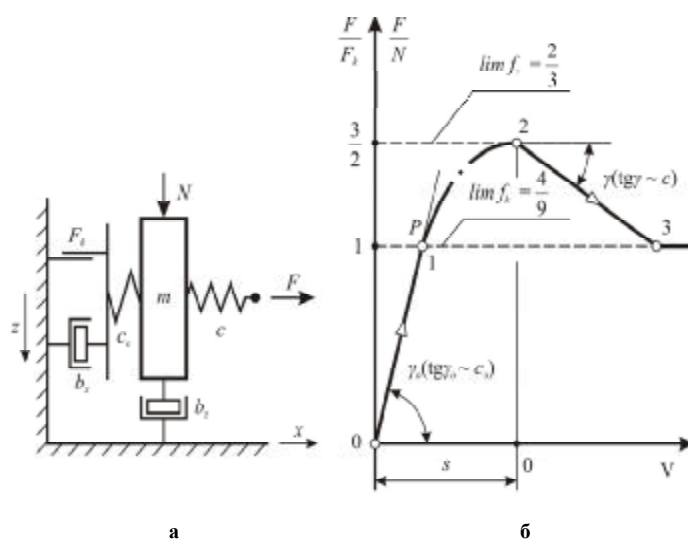


Рис. 2 – Моделирование трибодинамики твёрдых тел:

а – двумерная механическая модель трения (модель упруго-вязкого поведения системы сдвигаемых тел);

б – диаграмма перехода от покоя к движению;

$c_0$  – жёсткость сдвигаемой системы;  $c$  – жёсткость привода;

$s$  – предварительное смещение до срыва тела;  $V$  – скорость скольжения после срыва тела)

*Примечания.*

1. Теоретически установленные [8] универсальные физические константы трения твердых тел (1 ÷ 5) указывают на существование точной нижней границы КПД самотормозящихся механизмов  $\eta = \eta_{\min}$  (рассчитывается при угле подъема, равном пределу угла трения), а также точной верхней границы допустимого угла давления в кинематических парах  $\nu = \nu_{\max}$  (наоборот, для исключения заклинивания проектируемых механизмов):

$$\eta_{\min} = 0,5 \left[ 1 - \operatorname{tg}^2 (\lim \varphi_k) \right] = 0,5 \left[ 1 - \left( \frac{4}{9} \right)^2 \right] = 0,4; \quad \nu_{\max} = 90 - \lim \varphi_s = 90 - 33^\circ 41' = 56^\circ 19',$$

которые приводят к точному ограничению диапазона их проектных характеристик:

$$0,4 < \eta < 0,5; \quad 0 < \nu < \operatorname{arctg} \frac{3}{2}.$$

2. С учетом указанных универсальных констант трения (1)÷(5) угол клиновой канавки шкива должен выбираться в пределах (4),(5):

$$\left( \operatorname{arctg} \frac{4}{9} = \lim \varphi_k \right) \leq 2\theta \leq \left( \lim \varphi_s = \operatorname{arctg} \frac{2}{3} \right), \quad (6)$$

что полностью подтверждается практикой конструирования клиноременных передач с  $2\theta = 24^\circ \dots 34^\circ$  [2, с. 624] и обеспечивает надежное заклинивание и расклинивание ремня.

3. Существование порога внешнего трения твердых тел (2) подтверждено экспериментально, например, приближенно отмечено при  $f \approx 0,3 \div 0,4$  на экспериментальной кривой Штрибека-Герси [7, с. 79] и при испытаниях на нулевом уровне износа ( $f \approx 0,4$ ) [7, с.117], что согласуется с точным значением этого порога  $\lim f_k = \frac{4}{9}$  [8].

**2. Новые понятия и гипотезы в теории трения**

В отличие от недеформируемых твердых тел, рассматриваемых в механике, как материальные объекты с сосредоточенной массой, гибкие тела на практике имеют распределенную массу и потому при передаче усилий являются деформируемыми механическими системами. Этот факт требует учета их деформации при построении физической картины «передачи» силы и передачи энергии упругой деформации с ведущего вала на ведомый вал (рис. 3).

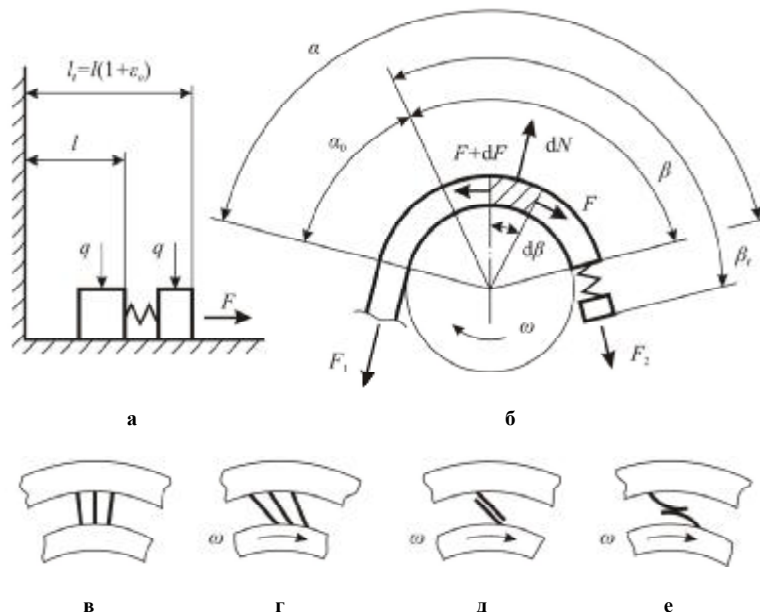


Рис. 3 – Реологические модели деформируемых тяговых передач (а, б) и фрикционных связей твердых тел на режимах холостого хода (в), упругого скольжения в области упругой деформации (г), пробуксовок в области упруго-пластической деформации (д) и буксования (е)

С учетом упругой деформации относительного удлинения (обозначим  $\varepsilon = \varepsilon_0$ ), толщины ( $\delta$ ) и радиуса кривизны изгиба ( $r_1$ ) реальных гибких тел (образующих гибкие кинематические пары трения), в тяговых передачах окружного момента целесообразно ввести следующие понятия:

**1. Дуга трения  $\beta_t$ .** Очевидно (рис. 3, а, б), что под действием одной и той же сдвигающей силы путь трения растяжимой гибкой связи (назовем его дугой трения  $\beta_t$ ), при ее упругом скольжении по шкиву будет на величину упругой деформации  $\varepsilon_0$  больше дуги трения недеформируемой гибкой связи:

$$\beta_t = \beta(1 + \varepsilon_0). \quad (7)$$

**2. Индекс тяги  $J_t$ .** Для оценки тяговой способности ременных передач окружного момента целесообразно ввести индекс тяги (передачи момента), равный отношению окружного момента на меньшем шкиве ( $M_t = M_1$ ) к силе предварительного натяжения ремня:

$$J_t = \frac{M_t}{F_0} = \frac{M_t}{F_0} \cdot \frac{2r_1}{2r_1} = \frac{M_t}{2r_1} \cdot \frac{2r_1}{F_0} = \left( \frac{F_t}{2F_0} \right) \cdot 2r_1 = \Psi \cdot d_1. \quad (8)$$

Соответственно, предельная тяговая способность передачи момента на границе упругого скольжения (порог  $P$  на рис. 2, б) при  $\Psi = \Psi_0$  будет равна:

$$J_{t_0} = \Psi_0 d_1. \quad (9)$$

*Примечание.* Физический смысл  $J_t$  – это плечо, на которое надо умножить силу  $F_0$ , чтобы создать требуемый  $M_t$  (чем больше  $J_t$ , тем будет больше  $M_t$  при заданном  $F_0$ ).

В связи со сложностью поставленной задачи [9] попробуем упростить ее решение и предложим следующие очевидные гипотезы для растяжимых гибких тел фрикционных тяговых передач.

**Гипотеза 1.** При действии заданной сдвигающей силы путь трения растяжимых тел (и, в частности, дуга трения деформируемых гибких тел  $\beta_t$ ) должны быть больше пути (дуги) трения недеформируемых тел на величину упругой деформации  $\varepsilon_0$ , которая согласно закона упругости Гука [2, с. 509] за-

висит от метрических параметров гибкой связи  $\varepsilon_0 = \frac{y_0}{r_1} = \frac{2y_0}{d_1} = \frac{\Delta}{d_1}$  (рис. 1):

$$\beta_t = \beta(1 + \varepsilon_0) = \beta \left( 1 + \frac{\Delta}{d_1} \right), \quad (10)$$

где  $\Delta = \delta$  (для плоских и круглых ремней) или  $\Delta = 2y_0$  (для клиновых ремней).

**Гипотеза 2.** В соответствии с представленными на рис. 2 и 3 моделями трибодинамики и диаграммой перехода – упругое скольжение происходит в области (0 – 1) внешнего трения, а пробуксовки – в области (1 – 2) внутреннего трения за счет увеличения дуги упругого скольжения гибких тел и силы трения выше предела:

$$\lim \beta = \frac{\alpha}{\lim \left( \frac{f_s}{f_k} \right)} = \frac{2}{3} \alpha, \quad (11)$$

и поэтому запас по тяге за счёт пробуксовок при перегрузках (до буксования из-за срыва в точке 2 диаграммы перехода) не может быть более:

$$\lim k = \frac{\Psi_{\max}}{\Psi_0} = \frac{\alpha}{\lim \beta} = \lim \left( \frac{f_s}{f_k} \right) = \frac{3}{2}. \quad (12)$$

### 3. Аналитические закономерности тягово - габаритных характеристик упругодеформируемых гибких тел

Согласно реологической модели на рис. 3, б определим результирующую силу трения при скольжении упруго-растяжимой гибкой ленты относительно шкива. Разность натяжений  $F_1$  и  $F_2$  концов лен-

ты зависит от величины силы трения  $F_1 - F_2 = F_t$  между шкивом и лентой в пределах дуги упругого скольжения. В ременных передачах необходимая сила  $F_t$  равна заданному окружному усилию.

Выделим бесконечно малую дугу ленты  $d\beta$  и приложим к её концам силы натяжения  $F$  и  $(F + dF)$ , а также равнодействующую нормального давления  $dN = F \cdot d\beta$  и распределённую силу трения  $dF = f \cdot dN$  (где  $f$  – коэффициент трения материалов в паре «шкив - лента»). Из совместного рассмотрения проекций этих сил на оси  $x$  и  $y$  составим следующее уравнение кинестатического равновесия:

$$dF = f \cdot dN = f \cdot (F \cdot d\beta); \quad dF - f \cdot (F \cdot d\beta) = 0. \quad (13)$$

После разделения в (13) переменных и интегрирования по дуге трения упруго - деформируемых гибких тел  $\beta_t$  с учётом (1), (2), (7), (10) и (11):

$$\int_{F_1}^{F_2} \frac{dF}{F} = \int_0^{\beta_t} f \cdot d\beta \quad (14)$$

в пределе (порог  $P$  на рис. 2, б) получаем основной закон трения упруго-деформируемых гибких тел:

$$\text{а) форма 1:} \quad \ln \frac{F_1}{F_2} = (f)[\beta_t] = (c^* \cdot \lim f_k) \cdot \left[ \frac{\alpha}{\lim \left( \frac{f_s}{f_k} \right)} (1 + \varepsilon_0) \right]; \quad (15)$$

$$\text{б) форма 2:} \quad \ln \frac{F_1}{F_2} = \left[ \frac{c^* \cdot \lim f_k}{\lim \left( \frac{f_s}{f_k} \right)} \right] \cdot \alpha \left( 1 + \frac{\Delta}{d_1} \right) = f_0 \cdot \alpha \cdot \left( 1 + \frac{\Delta}{d_1} \right); \quad (16)$$

$$\text{в) форма 3:} \quad \Psi_0 = \frac{F_t}{2F_0} = \frac{\left\{ \exp \left[ f_0 \cdot \alpha \cdot \left( 1 + \frac{\Delta}{d_1} \right) \right] \right\} - 1}{\left\{ \exp \left[ f_0 \cdot \alpha \cdot \left( 1 + \frac{\Delta}{d_1} \right) \right] \right\} + 1};$$

$$F_0 \geq \frac{F_t}{2\Psi_0}; \quad F_1 = \frac{F_t}{2} \left( \frac{1}{\Psi_0} + 1 \right); \quad F_2 = \frac{F_t}{2} \left( \frac{1}{\Psi_0} - 1 \right). \quad (17)$$

В выражениях (15) и (16) обозначено:

$c^*$  – коэффициент учёта формы поверхностей трения гибких тел ( $c^* = 1$  – плоскоремённые;  $c^* = 5/4$  – круглоремённые;  $c^* = 5/3$  – клиноремённые передачи);  $f_0$  – действительный коэффициент трения упруго-деформируемой гибкой связи, величина которого согласно (16) с учётом универсальных констант трения (1), (2) и (3) в пределе равна:

$$f_0 = c^* \cdot \frac{\lim f_k}{\lim \left( \frac{f_s}{f_k} \right)} = \frac{8}{27} \cdot c^*, \quad (18)$$

где  $C = 8/27$  – константа трения гибких тел.

Практические результаты расчёта по законам трения (15) - (17) оптимальных тягово-габаритных характеристик фрикционных передач с гибкой связью (гибкие тяговые органы) приведены в табл. 1 и могут быть использованы для оптимизационного синтеза и конструирования разнообразных фрикционных механизмов и тяговых передач с гибкими элементами (см. ниже в п. 4).

Согласно расчётной табл. 1 одни и те же тяговые способности по моменту ( $J_{t_0} = \text{const}$ ;  $M_t = M_1 = \text{const}$ ) можно обеспечить как в клиноремённых передачах (при  $\alpha \geq 90^\circ$ ), так и в круглоремённых

ных (но при  $\alpha \geq 120^\circ$ ) или плоскоремённых (но при  $\alpha \geq 150^\circ$ ) за счёт указанного увеличения угла обхвата  $\alpha$ .

Таблица 1

**Расчётная таблица предельных (оптимальных) тягово-габаритных характеристик передач гибкой связью ( $J_{t_0} = \text{const}$ )**

Проектные параметры	Расчётная формула	Плоскоремённые передачи	
		базовый вариант ( $a_{0\text{max}} = 2$ )	оптимальный вариант ( $a_{0\text{min}} = 0,55$ )
Угол обхвата меньшего шкива $\alpha_1$	$\alpha_1 = \pi - \frac{u-1}{a_0(u+1)}$	$\alpha'_1 = 166^\circ (u=3)$	$\alpha_1 = 130^\circ (u=3)$
Коэффициент тяги $\psi_0$	$\psi_0 = \frac{C_0}{C_1} \cdot \alpha_1 = \frac{17}{120} \cdot \alpha_1$	$\psi'_0 = 0,41$	$\psi_0 = 0,32$
Расчётный диаметр $d_1$	$d_1 = (A \cdot \sqrt[3]{M_1}) \cdot \frac{\psi'_0}{\psi_0}$	$d'_1 = 60 \cdot \sqrt[3]{M_1}$	$d_1 = 77 \cdot \sqrt[3]{M_1}$
Индекс тяги $J_{t_0}$	$J_{t_0} = \psi_0 \cdot d_1 = \psi'_0 \cdot d'_1$	$J_{t_0} = 24,6 \cdot \sqrt[3]{M_1}$	$J_{t_0} = 24,6 \cdot \sqrt[3]{M_1}$
Относительный диаметр $\frac{d_{\text{min}}}{\delta}$	$\frac{d_{\text{min}}}{\delta} = \frac{C_0}{\psi_0} = \frac{C_1}{\alpha_1}$	$\left(\frac{d_{\text{min}}}{\delta}\right)' = 41,5$	$\frac{d_{\text{min}}}{\delta} = 53$
Упругое скольжение $\epsilon_0$	$\epsilon_0 = \frac{\delta}{d_{\text{min}}} = \frac{\alpha_1}{C_1} = \frac{\alpha_1}{120}$	$\epsilon'_0 = 0,024$	$\epsilon_0 = 0,019$
Габарит передачи $\Gamma$	$\Gamma = a + 0,5(d_1 + d_2)$	$\Gamma' = 150(1+u) \cdot \sqrt[3]{M_1}$	$\Gamma = 81(1+u) \cdot \sqrt[3]{M_1}$
Тяговая сила трения $F_t$	$F_t = \frac{M_1}{0,5d_1}$	$F'_t = 33 \cdot \sqrt[3]{M_1^2}$	$F_t = 26 \cdot \sqrt[3]{M_1^2}$
Сила предварительного натяжения $F_0$	$F_0 = \frac{F_t}{2\psi_0} = F'_0$	$F'_0 = 41 \cdot \sqrt[3]{M_1^2}$	$F_0 = 41 \cdot \sqrt[3]{M_1^2}$
Сила на ведущей ветви $F_1$	$F_1 = F_0 + 0,5F_t$	$F'_1 = 58 \cdot \sqrt[3]{M_1^2}$	$F_1 = 54 \cdot \sqrt[3]{M_1^2}$
Реакция на валу $R$	$R = 2F_0 \cdot \sin(0,5\alpha_1)$	$R' = 81 \cdot \sqrt[3]{M_1^2}$	$R = 75 \cdot \sqrt[3]{M_1^2}$
Частота пробегов ремня $v$	$v = \frac{\omega_1 \cdot r_1}{L}$	$v' = \frac{9\omega_1}{1+u}$	$v = \frac{19\omega_1}{1+u}$
Срок службы ремня $L_h$	$L_h \sim \frac{1}{v \cdot (\sigma_{\text{max}})^m}$	$L'_h = 1$	$L_h = 1,3$

Анализ результатов расчётной табл. 1 позволяет:

1. Выявить новую закономерность взаимосвязи между  $\psi_0$  и  $\frac{d_{\text{min}}}{\Delta}$  на пороге упругого

скольжения (предельная точка  $P$  прямолинейного участка) и составить следующее уравнение граничной кривой упругого скольжения (представляет аналитическую взаимосвязь между тяговыми и габаритными характеристиками гибких тел):

$$\left(\psi_0\right)\left(\frac{d_{\min}}{\Delta}\right) = \text{const} = C_0 = 17, \quad (19)$$

где  $C_0 = 17$  – граничная константа устойчивого упругого скольжения гибких тел различной формы;  $\Delta = \delta$  (плоскоременные и круглоременные передачи);  $\Delta = 2y_0$  (клиноременные передачи – рис. 1).

Построенная по табл. 1 расчётная диаграмма с единой для разных типов ременных передач граничной кривой дана на рис. 4. На этой кривой все точки различных сочетаний проектных параметров  $\left(\psi_0 - \frac{d_{\min}}{\Delta}\right)$  обеспечивают одинаковые тяговые способности передач по моменту ( $M_t = \text{const}$ ).

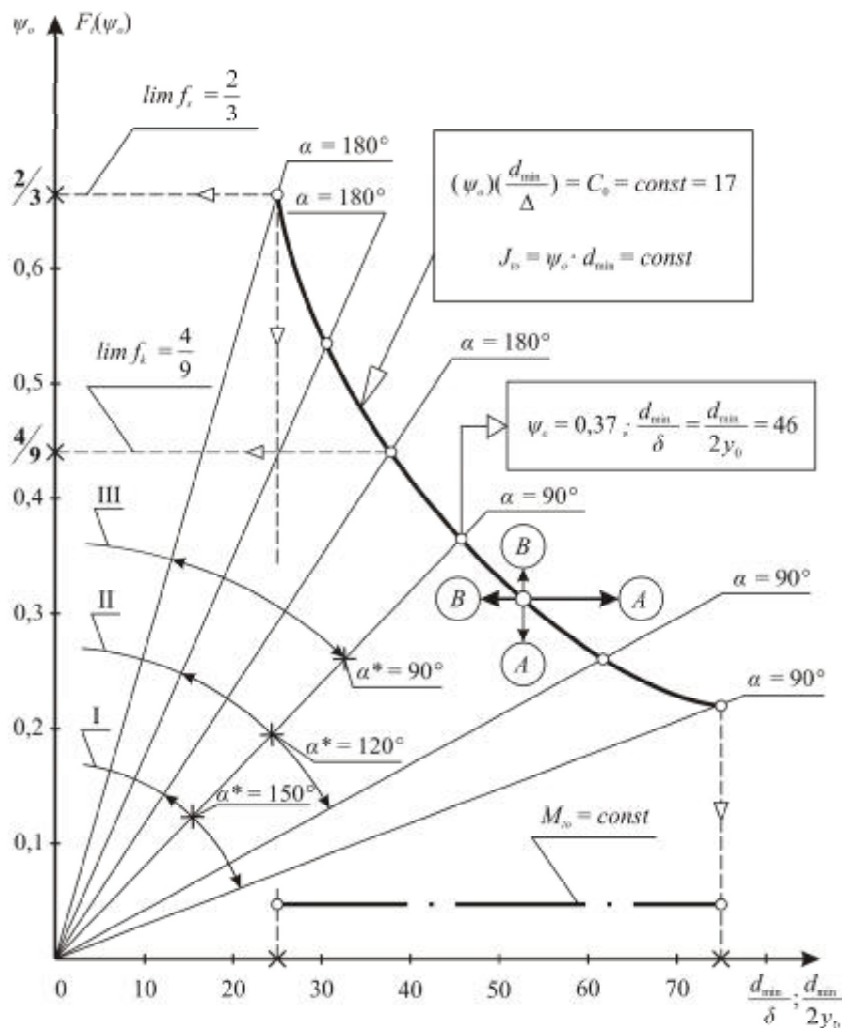


Рис. 4 – Сводная расчётная диаграмма оптимальных тягово-габаритных характеристик передач гибкой связью при  $180^\circ \geq \alpha \geq 90^\circ$ :  
 — граничная кривая упругого скольжения;  
 А – устойчивое упругое скольжение; В – пробуксовки; С – буксование;  
 I – плоскоременные; II – круглоременные; III – клиноременные передачи

2. Построить предельные тягово-габаритные характеристики типовых плоскоременных, круглоременных и клиноременных передач ( $\alpha = \pi$ ) с прямолинейным (в области внешнего трения гибких тел) и криволинейным экспоненциальным [8] (в области внутреннего трения гибких тел) участками роста тягового усилия (рис. 5).

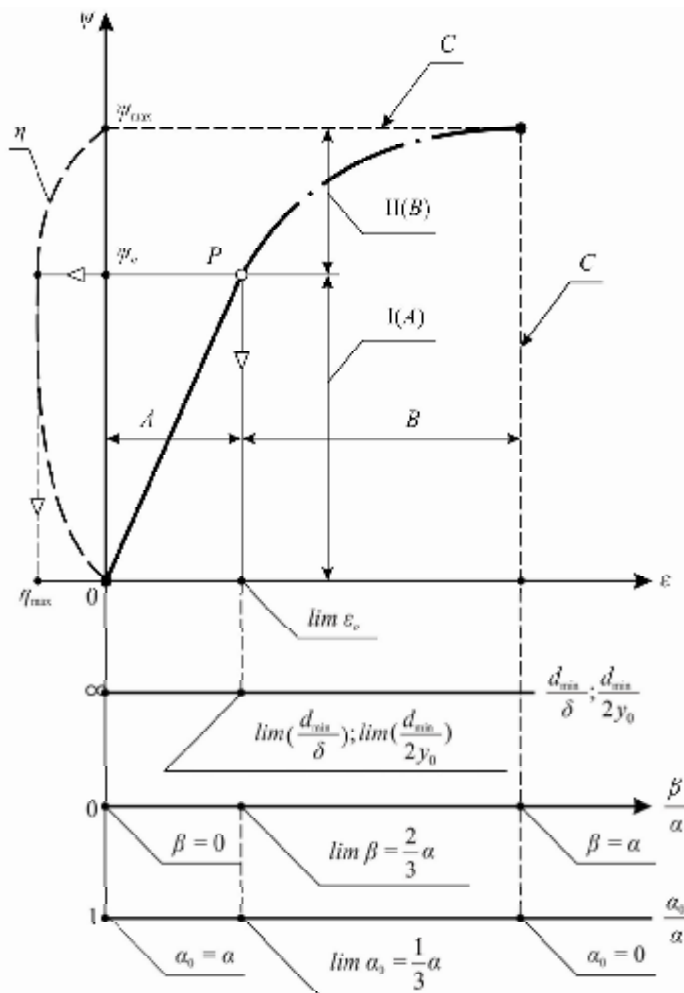
*Примечания.*

1. С учётом уравнения граничной кривой (19) предельный индекс тяги участками (9) можно также рассчитать через граничную константу  $C_0 = 17$  и параметры сечения гибкой связи ( $\delta$  – для плоских и круглых ремней;  $y_0$  – для клиноременных передач [2]):



$$J_{i_0} = \Psi_0 \cdot d_1 = \left( \Psi_0 \cdot \frac{d_{\min}}{\delta} \right) \cdot \delta = C_0 \cdot \delta = C_0 \cdot (2y_0). \quad (20)$$

2. Результаты расчётов по законам трения упруго-деформированных гибких тел (15), (16), (17), приведённые в виде табл. 1, граничной кривой на рис. 4 и характеристик на рис. 5 – полностью подтверждаются испытаниями по стандартам ISO [2], [3] типовых ( $\alpha = \pi$ ) плоскоремённых [3, с. 613, график с кривой скольжения –  $\Psi_0 \approx 0,45$ ]; круглоремённых [2, с. 625 –  $\Psi_0 \approx 0,5$ ] и клиноремённых передач [2, с. 609, график с кривой скольжения –  $\Psi_0 \approx 0,67$ ].



**Рис. 5 – Предельные тягово-габаритные характеристики передач гибкой связью:**  
 $\alpha = \pi$ ;  $A$  – устойчивое упругое скольжение;  $B$  – пробуксовки;  
 $C$  – буксование;  $P$  – предел устойчивого упругого скольжения (порог внешнего трения);  
 $I$  – внешнее трение гибких тел,  $\Pi$  – внутреннее трение гибких тел;  $h$  – КПД передачи;  
 $a$  – плоскоремённые передачи

$$\left( \Psi_0 = \lim f_k = \frac{4}{9}; \quad \Psi_{\max} = \frac{4}{9} \cdot 1,5 = \frac{2}{3}; \quad \lim \left( \frac{d_{\min}}{\delta} \right) = 38,25; \quad \lim \varepsilon_0 = 0,026 \right)$$

**б – круглоремённые передачи**

$$\left( \Psi_0 = 0,54; \quad \Psi_{\max} = 0,54 \cdot 1,5 = 0,81; \quad \lim \left( \frac{d_{\min}}{\delta} \right) = 31,5; \quad \lim \varepsilon_0 = 0,031 \right)$$

**в – клиноремённые передачи**

$$\left( \Psi_0 = \lim f_s = \frac{2}{3}; \quad \Psi_{\max} = \frac{2}{3} \cdot 1,5 = 1; \quad \lim \left( \frac{d_{\min}}{2y_0} \right) = 25,5; \quad \lim \varepsilon_0 = 0,039 \right)$$



#### 4. Оптимизационный синтез фрикционных тяговых механизмов с гибкими связями

Рекомендуемый алгоритм оптимального конструирования фрикционных механизмов с гибкими связями рассмотрим на примере ременной передачи, представляющей собой тяговый механизм с двумя гибкими кинематическими парами (образованными растяжимым гибким ремнём с ведущим и ведомым шкивами).

*Этапы совмещённого экстремального и оптимизационного синтеза:*

1. Прямая конструкторская задача. Для заданного окружного момента на ведущем валу  $M_1 = M_{t_0}$  (определяемого передаваемой мощностью и оборотами этого вала), а также заданного передаточного отношения привода « $u$ » и допустимого межосевого расстояния « $a$ » (определяющих угол обхвата  $\alpha$ ) на основе оптимальных параметров расчётной табл. 1 определяют оптимальные проектные параметры:

$$\Psi_0; \frac{d_{\min}}{\delta}; \epsilon_0.$$

2. Определяется оптимальное усилие предварительного натяжения  $F_0$ , обеспечивающее предельно допустимое (из отсутствия пробуксовок) упругое скольжение с  $\Psi = \Psi_0$  при радиусе кривизны изгиба гибкой связи  $r_1 = 0,5d_1 \geq 0,5d_{\min}$ :

$$F_0 = \frac{M_{t_0}}{J_{t_0}} = \frac{M_{t_0}}{\Psi_0 d_1}.$$

3. При проектировании механизмов можно решать и обратную конструкторскую задачу – определение оптимального окружного момента (или окружного усилия) по заданной допустимой величине  $F_0$ .

Результаты проектирования на основе законов предельного трения гибких тел (см. п. 3) представлены в табл. 2 (на примере расчёта плоскоремненной передачи, где обозначено:  $M_1$  – тяговый момент на меньшем шкиве;  $u$  – заданное передаточное отношение).

При этом расчётный диаметр большего шкива « $d_2$ », межосевое расстояние « $a$ » и длина тягового ремня « $L$ » рассчитывались по формулам:

$$d_2 = d_1 \cdot u(1 + \epsilon_0); \quad a = a_0(d_1 + d_2); \quad L \approx 2a \left( 1 + \frac{\pi}{4a} \right)$$

а коэффициент « $A$ » при прочностном расчёте [2], [5] диаметра « $d_1$ » задаётся равным:  $A = 60$  (плоский ремень),  $A = 50$  (круглый ремень),  $A = 40$  (клиновой ремень нормального сечения),  $A = 30$  (узкий клиновой и поликлиновой ремни).

Из сравнительного анализа приведённых в табл. 2 расчётов следует, что полученный в результате совмещения экстремального и оптимизационного синтеза оптимальный вариант ременной передачи (за счёт использования законов предельного трения гибких тел без пробуксовок и при сохранении их высоких тяговых способностей согласно данным в табл. 1) по сравнению с базовым вариантом обеспечивает:

1. Снижение радиальных габаритов ременной передачи (при той же ширине и толщине ремня) в

$\frac{\Gamma'}{\Gamma} = 150 / 81 = 1,85$  раза при выполнении условия сохранения требуемого тягового момента трения  $M_{t_0} = M_1$  и тяговой способности передачи этого окружного момента  $J_{t_0} = \text{const}$  (несмотря на снижение угла обхвата  $\alpha$  и тяговой силы трения  $F_t$  в  $\frac{F_t'}{F_t} = 33 / 26 = 1,28$  раза).

2. Снижение наибольшей силы на ведущей ветви передачи в  $\frac{F_t'}{F_t} = 58 / 54 = 1,07$  раза (т.е. снижение напряжения растяжения в ремне  $\sigma_1$  в 1,07 раза), а также снижение напряжения изгиба в ремне  $\sigma_{u1}$

(за счёт  $d_1 > d_1'$ ) в  $\frac{d_1'}{d_1} = 77 / 60 = 1,28$  раза; что в совокупности приведёт к общему снижению

$\sigma_{\max} = \sigma_1 + \sigma_{u1}$  в  $K = \frac{1,28 + 1,07}{2} = 1,18$  раза.

**Проектный расчет фрикционных тяговых механизмов  
с гибкими передаточными элементами ( $J_{t_0} = \text{const}$ )**

Проектные параметры	Расчётная формула	Плоскоремённые передачи	
		базовый вариант ( $a_{0\text{max}} = 2$ )	оптимальный вариант ( $a_{0\text{min}} = 0,55$ )
Угол обхвата меньшего шкива $\alpha_1$	$\alpha_1 = \pi - \frac{u-1}{a_0(u+1)}$	$\alpha'_1 = 166^\circ (u=3)$	$\alpha_1 = 130^\circ (u=3)$
Коэффициент тяги $\Psi_0$	$\Psi_0 = \frac{C_0}{C_1} \cdot \alpha_1 = \frac{17}{120} \cdot \alpha_1$	$\Psi'_0 = 0,41$	$\Psi_0 = 0,32$
Расчётный диаметр $d_1$	$d_1 = (A \cdot \sqrt[3]{M_1}) \cdot \frac{\Psi'_0}{\Psi_0}$	$d'_1 = 60 \cdot \sqrt[3]{M_1}$	$d_1 = 77 \cdot \sqrt[3]{M_1}$
Индекс тяги $J_{t_0}$	$J_{t_0} = \Psi_0 \cdot d_1 = \Psi'_0 \cdot d'_1$	$J_{t_0} = 24,6 \cdot \sqrt[3]{M_1}$	$J_{t_0} = 24,6 \cdot \sqrt[3]{M_1}$
Относительный диаметр $\frac{d_{\text{min}}}{\delta}$	$\frac{d_{\text{min}}}{\delta} = \frac{C_0}{\Psi_0} = \frac{C_1}{\alpha_1}$	$\left(\frac{d_{\text{min}}}{\delta}\right)' = 41,5$	$\frac{d_{\text{min}}}{\delta} = 53$
Упругое скольжение $\varepsilon_0$	$\varepsilon_0 = \frac{\delta}{d_{\text{min}}} = \frac{\alpha_1}{C_1} = \frac{\alpha_1}{120}$	$\varepsilon'_0 = 0,024$	$\varepsilon_0 = 0,019$
Габарит передачи $\Gamma$	$\Gamma = a + 0,5(d_1 + d_2)$	$\Gamma' = 150(1+u) \cdot \sqrt[3]{M_1}$	$\Gamma = 81(1+u) \cdot \sqrt[3]{M_1}$
Тяговая сила трения $F_t$	$F_t = \frac{M_1}{0,5d_1}$	$F'_t = 33 \cdot \sqrt[3]{M_1^2}$	$F_t = 26 \cdot \sqrt[3]{M_1^2}$
Сила предварительного натяжения $F_0$	$F_0 = \frac{F_t}{2\Psi_0} = F'_0$	$F'_0 = 41 \cdot \sqrt[3]{M_1^2}$	$F_0 = 41 \cdot \sqrt[3]{M_1^2}$
Сила на ведущей ветви $F_1$	$F_1 = F_0 + 0,5F_t$	$F'_1 = 58 \cdot \sqrt[3]{M_1^2}$	$F_1 = 54 \cdot \sqrt[3]{M_1^2}$
Реакция на валу $R$	$R = 2F_0 \cdot \sin(0,5\alpha_1)$	$R' = 81 \cdot \sqrt[3]{M_1^2}$	$R = 75 \cdot \sqrt[3]{M_1^2}$
Частота пробегов ремня $\nu$	$\nu = \frac{\omega_1 \cdot r_1}{L}$	$\nu' = \frac{9\omega_1}{1+u}$	$\nu = \frac{19\omega_1}{1+u}$
Срок службы ремня $L_h$	$L_h \sim \frac{1}{\nu \cdot (\sigma_{\text{max}})^m}$	$L'_h = 1$	$L_h = 1,3$

3. Увеличение срока службы ремня, т.е. его долговечности  $L_h$ , определяемой [3, с. 614] по критериям усталости ремня в зависимости от частоты его пробегов  $\nu$  (влияет в первой степени) и снижения возникающих в нем наибольших напряжений  $\sigma_{\text{max}}$  в 1,18 раза (влияет в шестой степени):

$$L_h \sim \frac{1}{\nu (\sigma_{\text{max}})^{m=6}} = \left[ \frac{1}{\left(\frac{\nu}{\nu'}\right)} \right] \cdot (\sigma_{\text{max}})^{m=6} = \frac{(K)^6}{\left(\frac{\nu}{\nu'}\right)} = \frac{(1,18)^6}{\left(\frac{19}{9}\right)} = 1,3.$$

Данный расчёт указывает на увеличение долговечности ремня в 1,3 раза при замене базового варианта ( $a_0 = 2$ ) на вариант с оптимальными проектными параметрами по расчётной табл. 1 (при той же силе предварительного натяжения ремня  $F_0 = \text{const}$ ).

*Примечание.*

Наблюдаемое (по расчётам в табл. 2) парадоксальное (на первый взгляд) сохранение высоких тяговых способностей ременных передач по моменту ( $J_{t_0} = \text{const}$ ) при уменьшении силы трения  $F_t$ , уменьшении угла обхвата (с  $\alpha = 166^\circ$  до  $\alpha = 130^\circ$ ) и снижении коэффициента тяги (с  $\Psi'_0 = 0,41$  до  $\Psi_0 = 0,32$ ) – объясняется сохранением неизменной длины дуги обхвата не только при переходе от базового ( $a_0 = 2$ ) к оптимальному ( $a_0 = 0,55$ ) варианту, но и для всех сочетаний оптимальных проектных параметров ( $\alpha, \Psi_0, \frac{d_{\min}}{\delta}, \frac{d_{\min}}{2y_0}$ ) в табл. 1 и на граничной кривой (рис. 4).

### Литература

1. Мур Д.Ф. Основы и применения трибоники (пер. с англ.) / Д.Ф. Мур. – М.: Изд-во «МИР», 1978. – 487 с.
2. Машиностроение. Энциклопедия. / Детали машин. Трение, износ, смазка. Том IV – 1 // Отв. ред. К.С. Колесников. – М.: Машиностроение, 1995. – 864 с.
3. Крайнев А.Ф. Механика (искусство построения) машин. Фундаментальный словарь / А.Ф. Крайнев. – М.: Машиностроение, 2000. – 904 с.
4. Кожевников С.Н. Теория механизмов и машин / С.Н. Кожевников. – М.: Машиностроение, 1973. – 590 с.
5. Скойбеда А.Т. Детали машин и основы конструирования / А.Т. Скойбеда, А.В. Кузьмин, Н.Н. Макейчук – Минск: Изд-во «Высшая школа», 2000. – 583 с.
6. Трение, изнашивание, смазка. Справочник / Под ред. И.В. Крагельского и В.В. Алисина. – М.: Машиностроение, 1979. – 358 с.
7. Польцер Г. Основы трения и изнашивания (пер. с нем.) / Г. Польцер, Ф. Майсснер. – М.: Машиностроение, 1984. – 264 с.
8. Пожбелко В.И. Динамическая теория предельного трения / В.И. Пожбелко // Теория механизмов и машин в вопросах и ответах. – Изд-во ЮУрГУ, 2004. – С. 144-156.
9. Пожбелко В.И. Силовые закономерности упруго-деформируемой ременной передачи (новая постановка задачи Эйлера) / В.И. Пожбелко // Известия Челябинского научного центра. – Челябинск: УрО РАН, 2000. Вып. 3. С. 56-62.

Надійшла 01.11.2011



ЧИТАЙТЕ

журнал

“Problems of Tribology”

во всемирной сети

INTERNET !

<http://www.tup.km.ua/science/journals/tribology/>