

Попов А.П.,***Бутакон Б.И.,******Марченко Д.Д.,***** Национальный университет
кораблестроения им. Адм. Макарова,
г. Николаев, Украина,** Николаевский государственный
аграрный университет,
г. Николаев, Украина

**КОНТАКТНАЯ ЗАДАЧА
НАПРЯЖЕННО - ДЕФОРМИРОВАННОГО
СОСТОЯНИЯ ТЕЛ ПРИ РАБОТЕ
СТАЛЬНОГО КАНАТНОГО БЛОКА
И ТРОСА**

Вступление

Усталостное контактное изнашивание возникает в результате повторного деформирования микроразрывов материала, вызывающего возникновение трещин и отделение частиц материала. Циклически изменяющиеся контактные напряжения вызывают поверхностное разрушение в виде ямок выкрашивания (питтинг), трещин, осповидного изнашивания, отслаивания. Образующиеся раковинки с диаметром от сотых долей миллиметра до нескольких миллиметров увеличиваются в процессе работы узла трения, возникает шелушение поверхности. Количественная оценка контактной усталости выражается в числе циклов нагружения или в часах работы до возникновения усталостных разрушений поверхностей. Появление усталостного изнашивания приводит к усилению вибрационно-акустической активности механизмов, повышению уровня шума, увеличению концентрации нагрузки, контактных напряжений, уменьшению размера площади несущей поверхности трущихся поверхностей, возникновению интенсивного износа и заедания. Условия возникновения и кинетика развития усталостного контактного изнашивания зависят от напряженно - деформированного состояния поверхностей и приповерхностных слоев материала, физико- механических свойств материала, физико-химических свойств смазочных материалов и окружающей среды, толщины смазочного слоя, кинематики контакта, формы и размеров соприкасающихся деталей. Упругое контактное макродеформирование материалов сопровождается появлением микропластических деформаций в микроразрывах.

Возникновению микротрещин при циклических контактных воздействиях способствует влияние концентраторов напряжений. К поверхностным концентраторам напряжений относятся дефекты в виде царапин, вмятин, рисок, прижогов и др. Подповерхностные концентраторы напряжений - неметаллические включения, микропоры, раковины, карбиды и др. Большое влияние оказывают значения максимальных касательных напряжений. Первичная трещина чаще возникает на поверхности контакта, но может зародиться и в приповерхностных слоях материала.

Скорость развития усталостного контактного изнашивания зависит от многих факторов - механических свойств материала, физико-механических свойств поверхности, качества обработки поверхности, остаточных напряжений в приповерхностных и поверхностных слоях материалов, от концентрации напряжений, степени приработки, частоты изменения напряжений, уровня температуры, химической активности окружающей среды и др. Увеличение коэффициента трения скольжения способствует возникновению выкрашивания. С ростом толщины смазочного слоя уменьшаются число взаимодействующих микронеровностей, продолжительность и величина деформирования, предотвращается металлический контакт. Условиями появления выкрашивания, связанными с пластическими деформациями, можно объяснить положительное влияние повышенных значений пределов упругости, текучести, вязкости материала, твердости несущей области материала, а также ведущее значение дислокационных процессов - образование пустот, слияние дислокаций вдоль плоскостей скольжения или спайности [1].

Состояние проблемы исследования

Контактные напряжения и деформации являются главными факторами, определяющими характер и интенсивность изнашивания деталей машин. Наиболее напряженными зонами материала деталей являются приповерхностные слои, где действуют большие градиенты напряжений. Отметим напряженно - деформированное состояние криволинейных поверхностей при их локальном упругом контакте. При решении контактных задач Г. Герц допускал, что тела гладкие, изотропные и однородные, характер деформации абсолютно упругий, сжимающая сила нормальна к контактной площадке, размеры пятна контакта малы по сравнению с характерными размерами контактирующих тел [1].

Теорию расчета контактных напряжений и деформаций разрабатывали многие ученые. Решение контактной задачи, начатое Герцем и полностью законченное А.Н. Динником и Н.М. Беляевым [2], свыше полувека оставалось единственным, если не считать небольших работ М.Т. Губера, С. Фукса, А. и Л. Фоппля, Г. Лундберга, Ф. Одквиста и других ученых, рассматривавших частные вопросы и неизбежно повторявших результаты, полученные А.Н. Динником и Н.М. Беляевым. Эксперименты и расчеты А. И. Петрусевича, Д. Н. Решетова, В. Н. Кудрявцева, С.В. Пинегина, Г. Лундберга, А. Пальмгрена, Т. Тэлли-

на и многих других ученых позволили создать расчеты деталей машин на усталостное контактное разрушение [3, 4, 5].

Работы Н.И. Мухелишвили, И.Я. Штаермана, Л.А. Галина, В.М. Коровчинского, А.Н. Грубина, а также В.И. Моссаковского [6], Н.А. Кильчевского и других ученых дали общие методы решения плоских и пространственных контактных задач, охватывающих очень широкий круг внешних условий, в том числе контакт упругих круговых цилиндров, радиусы которых почти равны, скорость перемещения поверхностей, влияние анизотропии материала и переменного по глубине модуля упругости.

Фундаментальные исследования в области контактного взаимодействия твердых тел, выполненные советскими и зарубежными учеными, позволили установить влияние физико – механических свойств и параметров шероховатости поверхностей, времени приложения нагрузки на эксплуатационные свойства контакта деталей машин. Значительный вклад в эту проблему внесли А.С. Ахматов, В.А. Белый, Н.Б. Демкин, Ю.Н. Дроздов, А.Ю. Ишлинский, Б.И. Костецкий, З.М. Левина [7], Н.М. Максак, Н.М. Михин, И.В. Крагельский [8], Д.М. Решетов, а также Аппал, Грин, Линг, Проберт, Хисакадо и другие.

Также следует указать ряд известных ученых, которые непосредственно занимались напряженно – деформируемым состоянием контактирующих тел, геометрией, кинетикой формирования контакта деталей, такие как: Н.Н. Давиденков [9], И.И. Ворович, В.М. Александров, Ю.В. Линник, Я.А. Рудзит, Г. Томлинсон, Р. Хольм, Д. Тейбор, И. Арчард, А. Шалломах, Ж. Гринвуд, Ж. Вильямсон и другие.

Постановка методики исследования

В процессе работы канатного блока в паре со стальным канатом на судоперегрузателях ОАО «Николаевский глиноземный завод» на рабочей поверхности блока после 3–4-х месяцев эксплуатации происходило смятие рабочей поверхности канатного блока. При работе канатного блока наиболее интенсивному износу подвергается галтельный переход, где наблюдается отслаивание металла, особенно при наличии в поверхностях слоя газовых раковин и пустот, полученных в процессе отливки заготовок из литейных сталей 35Л, 45Л. Однако разбиваются канатом и конические поверхности. Соответственно изнашивался и сам стальной канат, а именно происходит перегиб проволочек на неровностях изношенного блока [10].

Поэтому, возникла идея провести расчет контактных напряжений, возникающих при работе канатного блока и каната, а для этого необходимо решить контактную задачу.

Основные допущения по решению:

1. Контактные напряжения определяются на рабочих поверхностях тел.
2. Материалы взаимодействующих тел принимаются однородными и изотропными с разными значениями коэффициентов Пуассона и модулей упругости.
3. Сила, сжимающая тела, создает в зоне контакта только упругие деформации, подчиняющиеся закону Гука.
4. Площадь контакта тел считается меньшей величиной по сравнению с общей площадью контактирующих тел.
5. Между функциями контактных деформаций и контактных напряжений существует причинно – следственная связь, впервые озвученная и введенная в рассмотрение в [11]. Суть указанной взаимосвязи (связи): функция контактных деформаций (причина) отображает функцию контактных напряжений (следствие).

Основные допущения к расчетной модели контакта:

1. Трос рассматривается как единое целое упругое тело.
2. Радиус шкива r_2 принимается большим по сравнению с радиусом троса r_1 в 1,1 ... 1,2 раза, т.е. $r_2 / r_1 \geq 1,1 \dots 1,2$.

Общая информация

В процессе эксплуатации трос, как единое целое тело, подвергается растяжению, изгибу и смятию на поверхностях контакта.

Однако напряжения растяжения и изгиба не являются определяющими в процессе эксплуатации устройства.

Определяющими являются напряжения смятия (контактные напряжения), для определения которых предполагается решение плоской контактной задачи.

В дальнейшем для оценки найденных величин контактных напряжений и сравнения их с допускаемыми значениями необходимо выполнить тщательный анализ источников по данной проблеме.

Методика и результаты исследования

Решение задачи осуществляется, исходя из вышеприведенных рассуждений, допущений и упрощающих предположений. Выполненное ниже решение базируется на основах новой методологии тео-

ретических исследований контактной прочности упруго сжатых полупространств, ограниченных криволинейными поверхностями применительно к начальному линейному взаимодействию тел [11].

Для решения плоской контактной задачи необходимо найти две функции контактных деформаций. В соответствии с рис. 1 запишем:

$$S_1(a) = \frac{a^2}{2r_1}; S_2(a) = \frac{a^2}{2r_2},$$

где $S_1(a)$, $S_2(a)$ – расстояние между упруго взаимодействующими телами соответственно каната 1 и канатного блока 2 (рис. 1) и горизонтальной осью x .

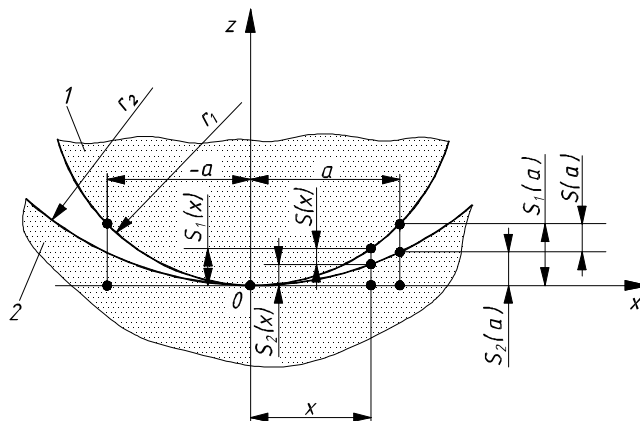


Рис. 1 – Расчетная модель контакта:

1 – канат;
2 – канатный блок

В соответствии с выражениями $S_1(a)$ и $S_2(a)$ расстояние между ними в точке $x = a$ равно:

$$S(a) = S_1(a) + S_2(a) = \frac{a^2}{2r_1} + \frac{a^2}{2r_2} = \frac{a^2}{2r_{np}}, \quad (1)$$

где $r_{np} = r_1 r_2 / (r_2 - r_1)$ – приведенный радиус кривизны взаимодействующих тел;

a – полуширина площадки контакта.

По аналогии с выражениями $S_1(a)$ и $S_2(a)$ запишем выражения $S_1(x)$ и $S_2(x)$ в точке x , а именно:

$$S_1(x) = \frac{x^2}{2r_1}; S_2(x) = \frac{x^2}{2r_2}.$$

Исходя из зависимостей $S_1(x)$ и $S_2(x)$, найдем расстояние между телами 1 и 2 в точке x :

$$S(x) = S_1(x) - S_2(x) = \frac{x^2}{2r_1} - \frac{x^2}{2r_2} = \frac{x^2}{2r_{np}}. \quad (2)$$

С учетом зависимостей (1) и (2) функция контактных деформаций примет вид:

$$W(x) = S(a) - S(x) = \frac{a^2}{2} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) - \frac{x^2}{2} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = \frac{a^2 - x^2}{2r_{np}} = \frac{a^2}{2r_{np}} \left(1 - \frac{x^2}{a^2} \right). \quad (3)$$

Из уравнения (3) очевидно, что оно является параболическим.

Таким образом, располагая функцией (3), перейдем к определению второй ей равнозначной функции $W(x)$. С этой целью воспользуемся законом Гука и гипотезой Винклера.

При этом рассмотрим последовательность получения указанной функции. При сжатии тел 1 и 2 (рис. 1) при изменении деформации в направлении оси x (плоская задача) исходим из подчинения сближаемых тел в пределах упругости гипотезе Винклера [11], в связи с чем запишем:

$$W(x) = W_1(x) + W_2(x), \quad (4)$$

где $W_1(x) = A_1(x) \cdot \varpi(x)$ и $W_2(x) = A_2(x) \cdot \varpi(x)$ – упругие перемещения тел;

$A_1(x)$, $A_2(x)$ – коэффициенты постелей первого и второго тел, мм²/Н, сумма которых равна $A_1(x) + A_2(x) = A(x)$;

$\varpi(x)$ – функция нагрузки распределенной по оси x в пределах ширины площадки контакта $2a$, измеряемая в Н/мм.

В соответствии с принятыми обозначениями и пояснениями функцию (4) представим в более упрощенном виде:

$$W(x) = A(x) \cdot \varpi(x). \quad (5)$$

Из уравнения (4) очевидно, что коэффициент постели $A(x)$ является переменной величиной, которая не позволяет осуществить решение задачи в явном виде. В связи с этим необходимо найти решение коэффициентов $A(x)$ в виде постоянной величины, т.е. константы A , не зависящей от переменной величины x .

С этой целью в рассмотрение введем средние по величине контактные напряжения σ_m , полученные путем деления действующей силы F_n (нормальной силы) на площадь контакта.

Для получения напряжений σ_m воспользуемся законом распределения усилий в пределах дуги охвата тросом блока, приведенным на рис. 2, в соответствии с которым запишем уравнение:

$$F_n = 2 \int_0^{\pi/2} \sigma_m R \cdot 2a \cdot \cos \varphi d\varphi = 4R \cdot a \cdot \sigma_m,$$

исходя из которого найдем:

$$\sigma_m = \frac{F_n}{4aR}. \quad (6)$$

В качестве основной зависимости, характеризующей взаимосвязь между упругими перемещениями W тел и возникающими при этом в телах напряжениями σ , примем выражение [11]:

$$W = C_m \sigma, \quad (7)$$

где C_m – размерный параметр в мм/МПа, определение которого будет дано далее.

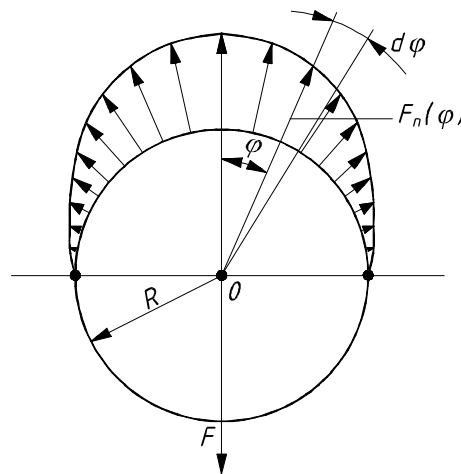


Рис. 2 – Схема распределения усилий, возникающих между тросом и канатным блоком

Размерный параметр C_m , как и функция (5), даны для случая, когда коэффициенты Пуассона μ_1 и μ_2 , как и модули упругости материалов E_1 и E_2 равны друг другу. Так как практический интерес представляет решение задачи для случая $\mu_1 \neq \mu_2$ и $E_1 \neq E_2$, то на рассмотрении этой задачи и остановимся.

При этом необходимо отметить, что при решении задачи будут фигурировать размерные параметры C_{m1} и C_{m2} , относящиеся к первому и второму упруго сжатым телам. С физической точки зрения размерные параметры C_{m1} и C_{m2} представляют собой величины деформаций первого и второго тел, измеряемые в миллиметрах при действии напряжений, равных одному МПа.

Напряжения в месте соприкосновения тел характеризуются действием одной и той же силы и одинаковой площадкой смятия (контакта). В связи с этим можно принять $C_{m1} = C_{m2}$, причем $C_{m1} + C_{m2} = C_m$. В действительности при неизменной по размерам площадке контакта параметры C_{m1} и C_{m2} отличаются друг от друга вследствие разных значений ν_1, ν_2 и E_1, E_2 .

Так как в большинстве случаев трос и блок изготавливаются из сталей, то принятое допущение о равенстве между собой размерных параметров C_{m1} и C_{m2} можно считать обоснованным.

На основе изложенного с учетом выражения (7), полагая $C_m = C_{m1}$ и $C_m = C_{m2}$, а также $\sigma = \sigma_1$ и $\sigma = \sigma_2$, запишем уравнение:

$$W = W_1 + W_2 = C_{m1}\sigma_1 + C_{m2}\sigma_2, \quad (8)$$

где W_1, W_2 – упругие перемещения, как уже отмечалось, первого и второго взаимодействующих тел;

σ_1, σ_2 – контактные напряжения первого и второго тел.

Выражения контактных напряжений σ_1 и σ_2 в соответствии с законом Гука имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{\varepsilon E_1}{1 - \nu_1^2} = \frac{E_1}{1 - \nu_1^2} \cdot \frac{\Delta L}{L}; \\ \sigma_2 &= \frac{\varepsilon E_2}{1 - \nu_2^2} = \frac{E_2}{1 - \nu_2^2} \cdot \frac{\Delta L}{L}, \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

где $\varepsilon = \Delta L / L$ – относительная деформация;

ΔL – абсолютная деформация;

L – некоторый условный линейный размер, который в соответствии с [11] принимаем равным ширине площадки контакта $2a$, т.е. $L = 2a$.

С учетом уравнений (9) зависимость (8) представим в виде двух равнозначных выражений, а именно:

$$\left. \begin{aligned} W_1 &= 2C_{m1}\sigma_1 = \frac{2C_{m1} \cdot E_1}{1 - \nu_1^2} \cdot \frac{\Delta L}{L}; \\ W_2 &= 2C_{m2}\sigma_2 = \frac{2C_{m2} \cdot E_2}{1 - \nu_2^2} \cdot \frac{\Delta L}{L}. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Исходя из равенства между собой упругих перемещений и деформаций, т.е. полагая $W = \Delta L$, из выражений (10) определим зависимости размерных параметров приняв $L = 2a$, а именно:

$$\left. \begin{aligned} C_{m1} &= \frac{(1 - \nu_1^2)a}{E_1}; \\ C_{m2} &= \frac{(1 - \nu_2^2)a}{E_2}. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

На основе зависимостей (6) и (11), приняв в формуле (6) $\sigma_m = \sigma_{m1} = \sigma_{m2} = F_n / 4aR$, найдем уравнения контакта податливости каждого из взаимодействующих между собой тел:

$$\left. \begin{aligned} \delta_{\kappa 1} &= \frac{C_{m1}\sigma_{m1}}{F_n} = \frac{1 - \nu_1^2}{4RE_1}; \\ \delta_{\kappa 2} &= \frac{C_{m2}\sigma_{m2}}{F_n} = \frac{1 - \nu_2^2}{4RE_2}. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Затем, умножив ширину площадки контакта $2a$ на сумму $\delta_{\kappa 1} + \delta_{\kappa 2}$, определим в виде константы коэффициент постели:

$$A = 2a(\delta_{\kappa 1} + \delta_{\kappa 2}) = \left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right) \cdot \frac{a}{2R}. \quad (13)$$

В соответствии с выражением (13) вторая функция контактных деформаций при $A(x) = A = \text{const}$ примет окончательный вид:

$$W(x) = \frac{a}{2R} \left(\frac{1-v_1^2}{E_1} + \frac{1-v_2^2}{E_2} \right) \cdot \varpi(x). \quad (14)$$

Таким образом, располагая уравнениями (3) и (14), запишем выражение напряженно - деформированного состояния тел:

$$A \int_{-a}^a \varpi(x) dx = AF_n = \frac{aF_n}{2R} \left(\frac{1-v_1^2}{E_1} + \frac{1-v_2^2}{E_2} \right) = \frac{1}{2r_{np}} \int_{-a}^a (a^2 - x^2) dx = \frac{2a^3}{3r_{np}},$$

исходя из которого найдем зависимость полуширины площадки контакта:

$$a = 0,866 \sqrt{\frac{r_{np} F_n}{R} \left(\frac{1-v_1^2}{E_1} + \frac{1-v_2^2}{E_2} \right)}. \quad (15)$$

Умножив и разделив правую часть выражения (5) на $2R$ при $A(x) = A$, получим зависимость:

$$W(x) = A \cdot \varpi(x) \frac{2R}{2R} = 2AR \cdot \sigma(x),$$

исходя из которой с учетом функции (3) определим функцию контактных напряжений:

$$\sigma(x) = \frac{W(x)}{2AR} = \frac{a^2 - x^2}{4ARr_{np}}. \quad (16)$$

При $x = 0$ из выражения (16) найдем зависимость максимальных контактных напряжений:

$$\sigma_{\max} = \frac{a^2}{4r_{np}AR},$$

которая после подстановки в нее правой части уравнения (13) примет вид:

$$\sigma_{\max} = 0,433 \sqrt{\frac{F_n}{r_{np} \cdot R \left(\frac{1-v_1^2}{E_1} + \frac{1-v_2^2}{E_2} \right)}}. \quad (17)$$

При $n_1 = n_2 = n = 0,3$ и $E_1 = E_2 = E$, т.е. при материалах троса и канатного блока, изготовленных из одинаковых сталей, уравнения (15) и (17) будут сведены к более упрощенному виду:

$$a = 1,168 \sqrt{\frac{r_{np} F_n}{RE}}; \quad (18)$$

$$\sigma_{\max} = 0,321 \sqrt{\frac{EF_n}{r_{np} R}}. \quad (19)$$

Оценим достоверность полученных решений, заменив рассматриваемую модель моделью контакта двух упруго сжатых круговых цилиндров длиной b с учетом их внутреннего соприкосновения. В этом случае средние контактные напряжения будут равны:

$$\sigma_m = \frac{F_n}{2ab}. \quad (20)$$

Сравнивая правые части выражений (6) и (20), отмечаем, что $4aR = 2ab$, откуда $R = b/2$. В соответствии со сказанным, подставив в уравнения (18) и (19) вместо радиуса R половину длины цилиндров, т.е. $b/2$, получим выражения:

$$a = 1,168 \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{r_{np} F_n}{bE}} = 1,652 \sqrt{\frac{r_{np} F_n}{bE}}; \quad (21)$$

$$\sigma_{\max} = 0,321 \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{EF_n}{r_{np} b}} = 0,454 \sqrt{\frac{EF_n}{r_{np} b}}. \quad (22)$$

Сравнивая выражения (21) и (22) с выражениями полуширины площадки контакта и максимальных контактных напряжений, полученных в [11] применительно к параболическому закону изменения контактных деформаций (3), отмечаем, что найденные нами уравнения (21) и (22) идентичны таковым, приведенным в данной книге. Данное обстоятельство подтверждает достоверность полученных решений.

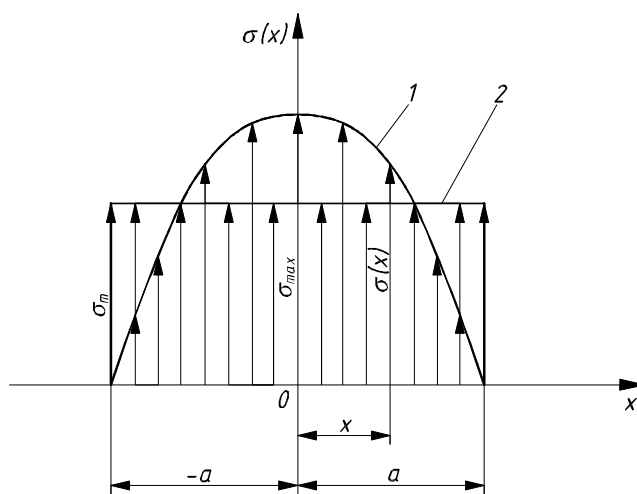


Рис. 3 □ Эпюры распределения напряжений в пределах ширины площадки контакта $2a$:
1 – реальная эпюра;
2 – замененная прямоугольная эпюра

К вышеизложенному следует добавить, что площади реальной 1 и замененной 2 эпюр напряжений (рис. 3) должны быть равны между собой, а именно:

$$\sigma_m \int_{-a}^a dx = \int_{-a}^a \sigma(x) dx. \quad (23)$$

Для определения функции $\sigma(x)$, входящей в равенство (23), воспользуемся уравнением (3), которое представим так:

$$W(x) = W_{\max} \left(1 - \frac{x^2}{a^2} \right), \quad (24)$$

где $W_{\max} = a^2 / 2r_{np}$ – максимальная величина деформации.

В соответствии с уравнением (24) выражение функции $\sigma(x)$ примет вид:

$$\sigma(x) = \sigma_{\max} \left(1 - \frac{x^2}{a^2} \right). \quad (25)$$

С учетом зависимости (25) выражение (23) представим следующим образом:

$$\sigma_m \int_{-a}^a dx = 2a\sigma_m = \sigma_{\max} \int_{-a}^a \left(1 - \frac{x^2}{a^2} \right) dx = \frac{4a\sigma_{\max}}{3}.$$

Исходя из последнего уравнения, запишем:

$$\sigma_m = \frac{2\sigma_{\max}}{3} \quad \text{или} \quad \sigma_{\max} = \frac{3\sigma_m}{2}.$$

В заключение отметим, что при использовании полученных выражений следует исходить из соотношения $r_2 / r_1 \geq 1,1 \dots 1,2$.

Выполним расчет по приведенным функциям, исходя из $r_1 = 18$ мм; $r_2 = 1,1 r_1 \approx 20$ мм; $R = 800/2 = 400$ мм; $F_n = 18,4 \cdot 10^4$ Н; $\nu = 0,3$; $E = 2,1 \cdot 10^5$ МПа.

По общеизвестной формуле находим

$$r_{np} = \frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1} = \frac{18 \cdot 20}{20 - 18} = 180 \text{ мм},$$

а по формулам (18) и (19) определяем:

$$a = 1,168 \sqrt{\frac{180 \cdot 18,4 \cdot 10^4}{400 \cdot 2,1 \cdot 10^5}} = 0,733 \text{ мм} = 733 \text{ мкм};$$

$$\sigma_{\max} = 0,321 \sqrt{\frac{2,1 \cdot 10^5 \cdot 18,4 \cdot 10^4}{180 \cdot 400}} = 235,15 \text{ МПа.}$$

Указанная величина $\sigma_{\max} = 235,15$ МПа несколько превышает, как уже указывалось ранее, действительную величину напряжений смятия на витках троса. В связи со сказанным можно утверждать, что указанная величина напряжений позволит обеспечить надежную работоспособность устройства в течение заданного срока службы.

Выводы

Разработана новая методика решения контактной задачи, которая базируется на обобщенном законе Гука, гипотезе Винклера, на введении в рассмотрение размерных параметров, размерных коэффициентов постели (плоская задача). Рассмотренная теория распространяется не только на случай линейной зависимости между упругими перемещениями и напряжениями, но и впервые на случай нелинейной зависимости. Данная теория контактной прочности базируется на получении двух равнозначных функций контактных деформаций. Полученные решения полностью совпадают с решениями Герца (плоская задача). Новая теория также распространяется и на пространственную задачу, при введении размерных коэффициентов подушки и полностью совпадают с решениями Герца в явном виде для сферических тел.

Литература

1. Когаев В.П. Прочность и износостойкость деталей машин / В.П. Когаев, Ю.Н. Дроздов – М.: Высш. шк., 1991. – 319 с.
2. Беляев Н.М. Труды по теории упругости и пластичности / Беляев Н.М. – М.: Гос-техиздат, 1957. – 632 с.
3. Пинегин С.В. Контактная прочность в машинах / С.В. Пинегин – М.: Машиностроение, 1965. – 192 с.
4. Пинегин С.В. Контактная прочность и сопротивление качению / С.В. Пинегин – М.: Машиностроение, 1969. – 243 с.
5. Рыжов Э.В. Контактное взаимодействие твердых тел при статических и динамических нагрузках / Э.В. Рыжов, Ю.В. Колесников, А.Г. Сулов – К.: Наукова думка, 1982. – 172 с.
6. Контактная прочность пространственных конструкций: [сб. начн. работ / научн. ред. Москаковский В.И. и др.] – К.: Наукова думка, 1976. – 200 с.
7. Левина З.М. Контактная жесткость / З.М. Левина, Д.Н. Решетов – М.: Машиностроение, 1971. – 264 с.
8. Контактное взаимодействие твердых тел и расчет сил трения и износа. Посвящается 60-летию профессора, доктора технических наук, заслуженного деятеля науки и техники РСФСР И.В. Крагельского: [сб. начн. работ / отв. ред. академик А.Ю. Ишлинский, д.т.н. Н.Б. Демкин]. – М.: Наука, 1971. – 239 с.
9. Проблемы прочности и пластичности. К 100-летию со дня рождения академика АН УССР Н.Н. Давиденкова – Л.: Наука, 1979. – 120 с.
10. Бутаков Б.И. Повышение контактной прочности стальных деталей с помощью поверхностного пластического деформирования / Б.И. Бутаков, Д.Д. Марченко // Проблемы трибологии. – 2008. – № 1. – С. 14-23.
11. Попов А.П. Контактная прочность зубчатых механизмов / А.П. Попов – Николаев: Изд-во НУК, 2008. – 580 с.

Надійшла 18.10.2010