

**Чернець М.В.,\*\* \*\***  
**Чернець Ю.М.\***

\* Дрогобицький державний педагогічний  
 університет ім. Івана Франка,  
 м. Дрогобич, Україна,

\*\* Люблінський політехнічний інститут,  
 м. Люблін, Польща

E-mail: chernets@drohobych.net

**ДОСЛІДЖЕННЯ УМОВ ЗАЧЕПЛЕННЯ  
 ЗУБІВ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ЕВОЛЬВЕНТНОЇ  
 ПЕРЕДАЧІ НА КОНТАКТНУ МІЦНІСТЬ,  
 ЗНОШУВАННЯ І ДОВГОВІЧНІСТЬ.  
 ЧАСТИНА. 3. ЗМІННІ УМОВИ ВЗАЄМОДІЇ У  
 НЕКОРИГОВАНОМУ ЗАЧЕПЛЕННІ**

УДК 539.3: 539.538: 539.621

Згідно методу розрахунку зношування і довговічності зубчастих передач проведено дослідження впливу дво - одно - двопарного зачеплення на максимальні контактні тиски, зношування зубів і довговічність передачі за змінних умов контакту у некоригованому косозубому зачепленні з урахуванням зміни кривини профілів зубів внаслідок їх зношування. Наведено методики оцінки зміни радіусів кривини зубів при їх зношуванні. Встановлено, що зношування виявляє дуже значний вплив на зміну максимальних контактних тисків у вхідній фазі двопарного зачеплення. Максимальне зношування досягається на вході у однопарне зачеплення (прямозуба передача) чи на вході у двопарне зачеплення (косозуба передача). Унаслідок зниження максимальних початкових контактних тисків при зношуванні зубів довговічність передачі зростає на 19 %. Отримані результати подано графічно, що унаочнює закономірності впливу умов зачеплення.

**Ключові слова:** циліндрична евольвентна зубчаста передача, дво - одно - двопарне зачеплення, зміна кривини зубів внаслідок зношування, контактний тиск, зношування зубів, довговічність передачі

При експлуатації зубчастих передач різного виду поверхневе руйнування зубів відбувається або внаслідок викришування (пітингу), або внаслідок зношування їх робочих поверхонь. Запобігання втомному руйнуванню під дією контактних напружень забезпечується правильним вибором матеріалів і відповідних їм умов роботи передачі на етапі проектування, зміцнюючою обробкою матеріалів коліс при їх виготовленні та низкою експлуатаційних методів. Тому головною причиною втрати працездатності зубчастих передач є зношування зубів в процесі роботи, яке неминуче відбувається з різною інтенсивністю в залежності від умов експлуатації, зокрема наявності мащення у зачепленні. Менш інтенсивним зношування буде при граничному терті у зачепленні, яке має місце у закритих передачах, а значно більш інтенсивним в умовах сухого тертя, в т.ч. абразивного.

Згідно відомих методів [1 - 11] можливо проводити дослідження кінетики зношування зубів передач з використанням закону абразивного зношування Архарда, яке, однак, не реалізується у закритих передачах із мащенням, а є характерним для сухого абразивного тертя. Тут також, не враховується ані зміна умов взаємодії у зачепленні внаслідок зношування профілів зубів, ані зміна цих умов внаслідок наявності дво - одно - двопарного зачеплення зубів.

У роботах [15, 16] з використанням методу [12 - 14] розрахункової оцінки зношування і довговічності зубчастих передач, в основу якого покладено розрахункову модель фрикційно-втомного зношування при терті кочення з проковзуванням, досліджено вплив зміни кривини профілів зубів некоригованих циліндричних передач внаслідок їх зношування на параметри контактної і трибоконтактної взаємодії окремо при однопарному та двопарному зачепленні. Однак врахування окрім того умов мішаного (дво - одно - двопарного) зачеплення на характеристики взаємодії є практично необхідним і нижче наведено результати цього дослідження.

Як було зазначено зношування зубів призводить до збільшення радіусів кривини їх робочих профілів, а це спричиняє зниження початкових максимальних контактних тисків  $p_{j\max}$  та ширини площадок контакту  $2b_j$  в кожній  $j$ -тій точці їх співдотику. Відповідно їх поточні значення  $p_{jh\max}$  і  $2b_{jh}$  розраховуються за модифікованими формулами Герца:

$$p_{jh\max} = 0,418 \sqrt{N'\theta / \rho_{jh}}, \quad 2b_{jh} = 2,256 \sqrt{\theta N' \rho_{jh}}, \quad (1)$$

де  $j = 0, 1, 2, 3, \dots$  – точки контакту робочих поверхонь зубів;

$N' = N / l_{\min} w$ ;  $N = 9550P / r_1 n_1 \cos \alpha_t$  – сила у зачепленні;

$P$  – потужність на ведучому валі;

$l_{\min}$  – мінімальна довжина контактних ліній у зачепленні [14];

$w$  – кількість пар зачеплень зубів;

$\theta = (1 - \nu_1^2) / E_1 + (1 - \nu_2^2) / E_2$ ;

$E, \nu$  – модулі Юнга та коефіцієнти Пуасона матеріалів зубчастих коліс;

$r_1$  – радіус діляльного кола шестерні;

$n_1$  – кількість обертів шестерні;

$\alpha_t$  – торцевий кут зачеплення;

$\rho_{jh} = \frac{\rho_{1jh}\rho_{2jh}}{\rho_{1jh} + \rho_{2jh}}$  – змінний внаслідок зношування зведений радіус кривини профілів зубів у нормальному перерізі;

$\rho_{1jh}, \rho_{2jh}$  – відповідно, змінні радіуси кривин профілів зубів шестерні і колеса.

В процесі роботи зубчастої передачі внаслідок зношування зубів початкові радіуси кривин  $\rho_{1j}, \rho_{2j}$  [14] їх робочих профілів та, відповідно, зведений радіус кривини  $\rho_j$  зростатимуть. У роботах [15, 16] запропоновано методики врахування зміни вихідних радіусів кривини зубів при їх зношуванні. Відповідно у [15]:

$$\rho_{kjh} = \rho_{kj} + D_{jk} \sum^n K_{kjn}^{-1}, \quad k = 1; 2, \quad (2)$$

де  $n = n_k = 1, 2, 3, \dots$  – кількість обертів коліс;

$k$  – нумерація коліс (1 – шестерня, 2 – зубчасте колесо);

$D_{jk} = K_{jk}^2$  – безрозмірні сталі в кожній точці  $j$  контакту, які у загальному випадку є залежними від зношування зубів.

Зміна кривини профілів зубів внаслідок зношування впродовж кожної окремої взаємодії зубів буде:

$$K_{kj} = 8h'_{kj} / l_{kj}^2, \quad (3)$$

Для зменшення тривалості обчислень розроблено блокову схему розрахунку, при якій не розглядається зміна радіусів кривин профілів зубів, їх зведеного радіуса кривини, максимальних контактних тисків, ширини площадки контакту після кожного оберту (циклу зачеплення), а після певної кількості обертів (блоці взаємодій). У блоці розрахунок ведеться за лінійним методом накопичення, тобто за постійних вихідних умов. В наступному блоці обчислень накопичені зміни враховуються за (4), (5) і за новими даними обчислення вищевказаних параметрів продовжуються. Згідно [16]:

$$\rho_{kjh} = \rho_{kj} + E_k \sum_{B_1}^{B_{\max}} D_{kjB} K_{kjB}^{-1}, \quad (4)$$

де  $B$  – кількість обертів коліс (величина блоку циклів взаємодії зубів [15]), за яких умови контакту приймаються незмінними; тривалість блока можна вибрати наступним чином:  $B = 1$  один оберт – точний розв'язок,  $B = n_1$  (об/хв),  $B = n_1$  (об/год),  $B = n_1$  обертів за 10 год,  $B = n_1$  обертів за 100 год тощо;  $B_1$  та  $B_{\max}$  – відповідно перший та останній блоки обчислень;

$E_k$  – безрозмірні сталі, значення яких вибираються у залежності від допустимого зношування  $h_{k*}$  зубів;

$D_{kjB} = K_{kjB}^2$  – безрозмірна стала, значення якої є постійними у блоці, однак є змінною в кожному наступному блоці.

Зміна кривини профілів зубів внаслідок зношування впродовж кожного окремого блоку взаємодій зубів буде:

$$K_{kjB} = 8 \sum^B h'_{kjn} / l_{kj}^2. \quad (5)$$

Поскілки зношування зубів в процесі роботи передачі спричиняє зміну початкових радіусів кривини, то значення  $h'_{kjn}$  обчислюються в кожному наступному оберті за час  $t'_{jh} = 2b_{jh} / v_0$ , а змінна ширина площадки контакту  $2b_{jh}$  у  $(n_k - 1)$ -му оберті чи у  $(B - 1)$ -му блоці розраховується згідно (2).

Одиничне лінійне зношування  $h'_{kjn}$  зубів у довільній точці  $j$  робочої поверхні знаходиться за формулою:

$$h'_{kjn} = \frac{v_j t'_{jh} (fp_{ih \max})^{m_k}}{C_k (0,35\sigma_B)^{m_k}}, \quad (6)$$

де  $t'_{jh}$  – час зношування зубів протягом переміщення  $j$ -тої точки їх співдотику по контуру зуба на змінну внаслідок зношування ширину площадки контакту  $2b_{jh}$ ;

$v_0 = \omega_1 r_1 \sin \alpha_t$  – швидкість переміщення точки контакту по контуру зуба;

$\omega_1$  – кутова швидкість шестерні;

$v_j$  – швидкість ковзання;

$f$  – коефіцієнт тертя ковзання;

$P_{jh\max}$  – максимальний трибоконтактний (при зношуванні зубів) тиск у  $j$ -ій точці взаємодії;

$C_k, m_k$  – характеристики зносостійкості матеріалів зубчастих коліс для вибраних умов [13];

$\sigma_B$  – границя міцності матеріалів коліс на розтяг.

Швидкість ковзання обчислюється за співвідношенням:

$$v_j = \omega_1 r_{b1} (\operatorname{tg} \alpha_{t1j} - \operatorname{tg} \alpha_{t2j}), \quad (7)$$

де  $r_{b1} = r_1 \cos \alpha_t$ ,  $\alpha_{t1j}$ ,  $\alpha_{t2j}$  – згідно [16].

Довжина хорди кола, що заміняє евольвенту між точками  $j-1, j+1$ , обчислюється так [15]:

$$l_{kj} = 2\rho_{kjh} \sin \varepsilon_{kjh} = \operatorname{const}, \quad (8)$$

де  $\varepsilon_{kjh} = S_{kj} / \rho_{kjh}$  – кут між точками  $j$  та  $j+1$ ;

$$S_{kj} = \left| \frac{mz_k}{4} \left( \frac{1}{\cos^2 \alpha_{kj}} - \frac{1}{\cos^2 \alpha_{k,j+1}} \right) \cos \alpha \right| - \text{довжина евольвенти між точками } j, j+1;$$

$\alpha_j, \alpha_{j+1}$  – кути зачеплення для вибраних точок евольвенти  $j, j+1$  [15];

$m$  – модуль зачеплення;

$z_1, z_2$  – кількість зубів шестерні і колеса.

Отже після кожної взаємодії чи блоку взаємодій зазнаватимуть зміни усі розрахункові параметри, зокрема  $h_{1j}, h_{2j}, \rho_{1jh}, \rho_{2jh}, \rho_{jh}, 2b_{jh}, t'_{jh}$ .

Для прийнятої кількості обертів  $n_{1s}$  шестерні і  $n_{2s}$  колеса, яким відповідатиме відповідна кількість блоків, сумарне зношування  $h_{1jn}$  та  $h_{2jn}$  зубів в  $j$ -их точках контакту обчислюється так:

$$h_{1jn} = \sum_1^{n_{1s}} h_{1jB}, \quad h_{2jn} = \sum_1^{n_{2s}} h_{2jB}, \quad (9)$$

де  $n_{2s} = n_{1s} / u$ ;

$h_{kjB} = \sum h'_{kj}$  – зношування зубів в кожному блоці;

$u$  – передавальне відношення передачі.

Тривалість (ресурс) роботи передачі  $t$  для заданої кількості обертів  $n_{1s}$  чи  $n_{2s}$  коліс знаходиться наступним чином:

$$t = n_{1s} / 60n_1 = n_{2s} / 60n_2. \quad (10)$$

Кути переходу від двопарного ( $\Delta\phi_{1F_2}$ ) до однопарного і знову двопарного ( $\Delta\phi_{1F_1}$ ) зачеплення та кут виходу  $\Delta\phi_{1E}$  зубів із зачеплення у циліндричній косозубій передачі розраховуються згідно [17].

Числовий розв'язок задачі проведено при таких даних:  $z_1 = 20$ ;  $b_w = 30$  мм – ширина шестерні;  $P = 5$  кВт;  $K_g = 1,6$  – коефіцієнт динамічності;  $m = 3$  мм;  $u = 4$ ;  $n_1 = 700$  об/хв;  $\beta = 0^\circ, 10^\circ, 12^\circ$  – кут нахилу зубів;  $\Delta\phi = 4^\circ$  – кут повороту зубів шестерні з точки початкового контакту (т. 0) в точку 1 і т. д.;  $h_* = 0,5$  мм – допустиме зношування зубів; мащення – осьова олива з 3 % протизношувальної присадки з кінематичною в'язкістю  $\nu_{+50^\circ} \approx 15$  сСт;  $f = 0,05$ ; досліджується дво - одно - двопарне зачеплення зубів; матеріали коліс: шестерня – сталь 38ХМЮА, азотована на глибину 0,4 ... 0,5 мм, НВ 600;  $\sigma_B = 1040$  МПа,  $C_1 = 3,9 \cdot 10^6$ ,  $m_1 = 2$ ; колесо – сталь 40Х, об'ємне гартування, НВ 341;  $\sigma_B = 981$  МПа,  $C_2 = 0,17 \cdot 10^6$ ,  $m_2 = 2,5$ ;  $E = 2,1 \cdot 10^5$  МПа,  $\nu = 0,3$ . Його результати подано на рис. 1 - 3.

На рис. 1 наведено розподіл максимальних початкових контактних тисків  $p_{j\max}$  (рис. 1, а) та трибоконтактних тисків  $p_{jh\max}$  (рис. 1, б) при заданих кутах нахилу зубів з урахуванням парності зачеплення. Зона двопарного зачеплення зростає при збільшенні кута нахилу зубів.

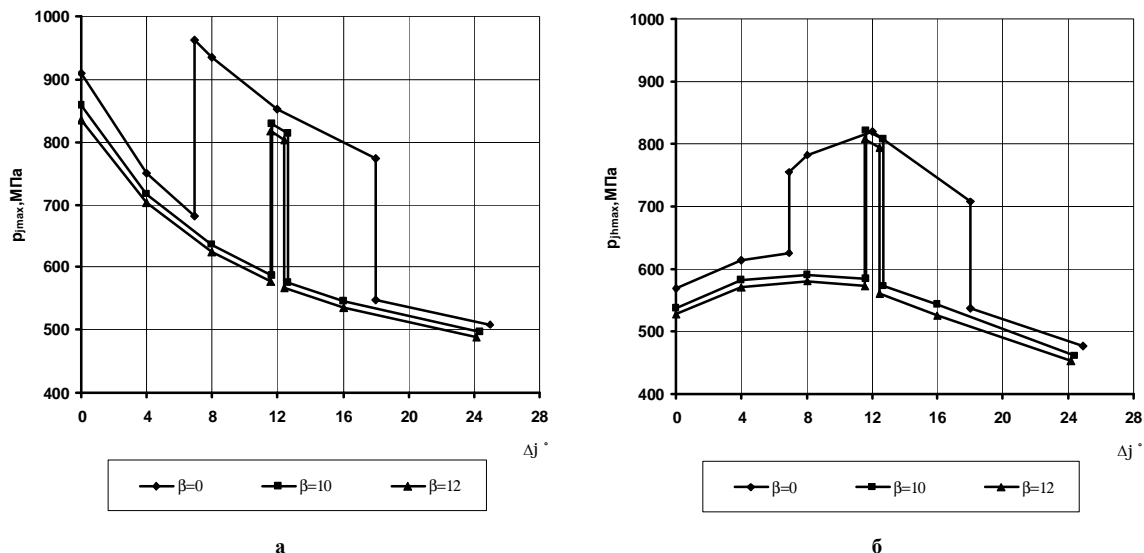


Рис. 1 – Максимальні контактні тиски у зачепленні:  
а –  $\gamma_j = \text{const}$ ; б –  $\gamma_j = \text{var}$

Порівняння рис. 1, а і б свідчить про дуже значний вплив зношування на зміну  $p_{j\text{max}}$  у лівій фазі двопарного зачеплення. На вході в однопарне зачеплення пік  $p_{\text{max}}$  суттєво знижується у прямозубій передачі.

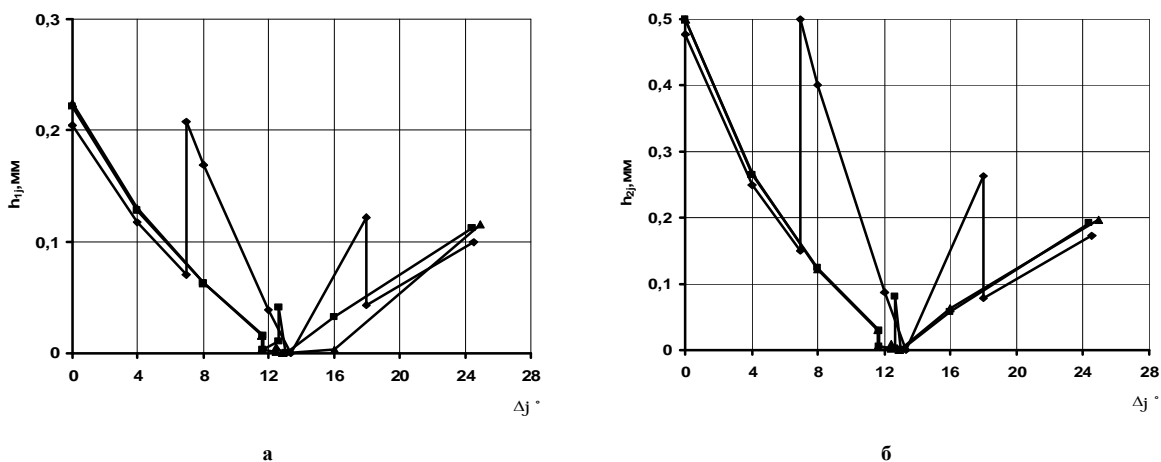


Рис. 2 – Зношування профілів зубів передачі:  
а – шестерня; б – зубчасте колесо

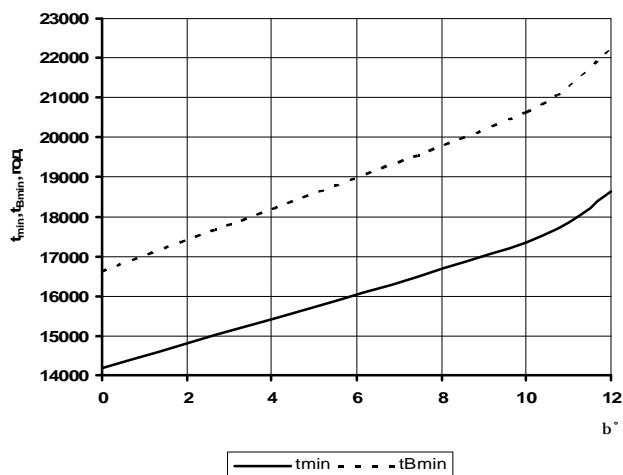


Рис. 3 – Довговічність передачі:  
суцільна лінія –  $t_{\text{min}}$  при  $\gamma_j = \text{const}$ ;  
штрихова лінія –  $t_{B\text{min}}$  при  $\gamma_j = \text{var}$

Зношування зубів обох коліс показано на рис. 2. Вони майже однаково зношуються на вході у однопарне і двопарне зачеплення (прямозубі передачі) та найбільше на вході у двопарне зачеплення (косозубі передачі).

Співставлення мінімальної довговічності передачі без урахування зміни радіусів кривини робочих профілів зубів та з урахуванням цього експлуатаційного чинника подано на рис. 3.

Результати проведених досліджень свідчать про суттєвий вплив зношування зубів на розподіл трибоконтактних тисків, які є найбільшими у зоні однопарного зачеплення в околі полюса. Зниження максимальних початкових контактних тисків у процесі зношування зубів виявляє важливий позитивний ефект не лише на підвищення несучої здатності передачі, а також й на зростання її довговічності на 19%.

### Література

1. Дроздов Ю.Н. К разработке методики расчета на изнашивание и моделирование трения // Износостойкость. – М.: Наука, 1975. – С. 120-135.
2. Проников А. С. Надежность машин.– М.: Машиностроение, 1978. – 590 с.
3. Гриб В. В. Решение триботехнических задач численными методами. – М.: Наука, 1982. – 115 с.
4. Brauer J., Andersson S. Simulation of wear in gears with flank interference – a mixed FE and analytical approach // Wear. – 2003. - № 254. – P. 1216-1232.
5. Flodin A., Andersson S. Simulation of mild wear in spur gears // Wear. - 1997. – № 207 (1-2). – P. 16-23.
6. Flodin A., Andersson S. Wear simulation of spur gears // Tribotest J. – 1999. – № 5 (3). – P. 225-250.
7. Flodin A., Andersson S. Simulation of mild wear in helical gears // Wear. – 2000. – № 241 (2). – P. 123-128.
8. Flodin A., Andersson S. A simplified model for wear prediction in helical gears // Wear. – 2001. – № 249 (3-4). – P. 285-292.
9. Kahraman A., Bajpai P., Anderson N.E. Influence of tooth profile deviations on helical gear wear // J. Mech. Des. – 2005. – Vol. 127, Issue 4. – P. 656-663.
10. Kolivand M., Kahraman A. An ease-off based method for loaded tooth contact analysis of hypoid gears having local and global surface deviations // J. Mech. Des. – 2010. – Vol. 132, Issue 7.
11. Pasta A., Mariotti Virzi G. Finite element method analysis of a spur gear with a corrected profile // J. Strain Analysis. – 2007. – Vol.42. – P. 281-292.
12. Чернець М., Келбінські Ю. Прогнозування довговічності зубчастих передач // Проблеми трибології. – 2001. – № 4. – С. 151-159.
13. Оцінка довговічності, зношування та контактної міцності зубчастих передач / Під заг. ред. М.В.Чернеця. – Дрогобич: Вимір. – 2002. – 128 с.
14. Чернец М.В., Келбиньски Ю. Расчетная оценка износа и ресурса косозубых эвольвентных цилиндрических передач // Проблеми трибології. – 2004. – № 3 - 4. – С. 104 - 112.
15. Чернець М.В., Келбінські Ю., Ярема Р.Я. Узагальнений метод оцінки зношування циліндричних евольвентних зубчастих передач // ФХММ. – 2011. – № 1. – С. 44 - 49.
16. Чернець М.В., Ярема Р.Я., Чернець Ю.М. Метод оцінки впливу коригування і зношування зубів евольвентної циліндричної передачі на довговічність та міцність. Ч.1. Довговічність та зношування // ФХММ. – 2012. - № 3. – С. 30-39.
17. Чернець М.В., Чернець Ю.М. Дослідження умов зачеплення зубів циліндричної евольвентної передачі на контактну міцність, зношування і довговічність. Част. 1. Постійні умови взаємодії у некоригованому зачепленні // Проблеми трибології. – 2014. – № 3. – С. 22-27.

Надійшла в редакцію 11.11.2014

Chernets M.V., Chernets Ju.M. **Investigation of teeth engagement conditions of cylindrical involute gear on contact strength, wear and durability. Part 3. Changeable interaction conditions in non-correlated engagement.**

According to calculation method of tooth gears' wear and durability it has been conducted an investigation of influence of double - single - double - tooth engagement on maximal contact pressures, teeth wear and gear durability at changeable contact conditions in non-correlated helical gearing taking into account the teeth contours change at the result of their wear. It is suggested the techniques of estimation of teeth curvature radii change at the process of their wear. It has been established that wear has significant influence on maximal contact pressures change in input phase of double-tooth engagement. Maximal wear is reached at the entrance into single-tooth engagement (spur gear) or at the entrance into double-tooth engagement (helical gearing). At the result of maximal initial contact pressures decrease in the process of teeth wear, gear durability increases by 19 %. The obtained results are presented graphically what allows showing the regularities of influence of engagement conditions.

**Key words:** cylindrical involute tooth gear, double - single - double - tooth engagement, teeth curvature change in the result of wear, contact pressure, teeth wear, gear durability.

### References

1. Drozdov Ju.N. K razrabotke metodiki rascheta na iznashivanie i modelirovanie trenija. Iznosostojkost. M.: Nauka, 1975. S. 120-135.
2. Pronikov A. S. Nadezhnost' mashin. M.: Mashinostroenie, 1978. 590 s.
3. Grib V. V. Reshenie tribotekhnicheskikh zadach chislennymi metodami. M.: Nauka, 1982. 115 s.
4. Brauer J., Andersson S. Simulation of wear in gears with flank interference – a mixed FE and analytical approach. Wear. 2003. № 254. P. 1216-1232.
5. Flodin A., Andersson S. Simulation of mild wear in spur gears. Wear. 1997. № 207 (1-2). P. 16-23.
6. Flodin A., Andersson S. Wear simulation of spur gears. Tribotest J. 1999. № 5 (3). P. 225-250.
7. Flodin A., Andersson S. Simulation of mild wear in helical gears. Wear. 2000. № 241 (2). – P. 123-128.
8. Flodin A., Andersson S. A simplified model for wear prediction in helical gears. Wear. 2001. – № 249 (3-4). – P. 285-292.
9. Kahraman A., Bajpai P., Anderson N.E. Influence of tooth profile deviations on helical gear wear. J. Mech. Des. 2005. Vol. 127, Issue 4. P. 656-663.
10. Kolivand M., Kahraman A. An ease-off based method for loaded tooth contact analysis of hypoid gears having local and global surface deviations. J. Mech. Des. 2010. Vol. 132, Issue 7.
11. Pasta A., Mariotti Virzi G. Finite element method analysis of a spur gear with a corrected profile. J. Strain Analysis. 2007. Vol.42. P. 281-292.
12. Chernec M., Kelbinski Ju. Prognozuvannja dovgovichnosti zubchastih peredach. Problemi tribologii. 2001. № 4. S. 151-159.
13. Ocinka dovgovichnosti, znoshuvannja ta kontaktnoi micnosti zubchastih peredach. Pid zag. red. M.V.Chernecja. Drogobich: Vimir. 2002. 128 s.
14. Chernec M.V., Kelbinski Ju. Raschetnaja ocenka iznosa i resursa kosozubnyh jevol'ventnyh cilindricheskikh peredach. Problemi tribologii. 2004. № 3 4. S. 104 - 112.
15. Chernec M.V., Kelbinski Ju., Jarema R.Ja. Uzagal'nenij metod ocinki znoshuvannja cilindrichnih evol'ventnih zubchastih peredach. FHMM. 2011. № 1. S. 44 - 49.
16. Chernec M.V., Jarema R.Ja., Chernec Ju.M. Metod ocinki vplivu koriguvannja i znoshuvannja zubiv evol'ventnoi cilindrichnoi peredachi na dovgovichnist' ta micnist. Ch.1. Dovgovichnist' ta znoshuvannja. FHMM. 2012. № 3. S. 30-39.
17. Chernec M.V., Chernec Ju.M. Doslidzhennja umov zacheplennja zubiv cilindrichnoi evol'ventnoi peredachi na kontaktnu micnist, znoshuvannja i dovgovichnist. Chast. 1. Postijni umovi vzaemodii u nekorigovanomu zacheplenni. Problemi tribologii. 2014. № 3. S. 22-27.