

**Чернець М.В.,\* \*\*****Чернець Ю.М.\***\* Дрогобицький державний педагогічний  
університет ім. Івана Франка,

\*\* Люблінський політехнічний інститут

м. Люблін, Польща

E-mail: chernets@drohobych.net

**ДО ПИТАННЯ ОЦІНКИ УМОВ ВЗАЄМОДІЇ  
ЗУБІВ У КОНІЧНІЙ ПЕРЕДАЧІ  
НА КОНТАКТНІ ПАРАМЕТРИ  
ТА ТРИБОТЕХНІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ.  
ЧАСТИНА. 2. КОСОКУБА ПЕРЕДАЧА**

УДК 539.3: 539.538: 539.621

Наведено результати оцінки максимальних контактних тисків, зношування та довговічності конічної косокубаї передачі з урахуванням парності зачеплення зубів, зміни кривини їх евольвентних профілів внаслідок зношування та висотного коригування зачеплення. Розрахунок конічної передачі проведено як еквівалентної циліндричної передачі згідно авторського методу. Встановлені закономірності впливу зазначених умов взаємодії зубів в торцевому і внутрішньому перерізі вінця конічних коліс подано графічно. Виявлено оптимальні значення коефіцієнтів коригування, які забезпечують максимальну довговічність передачі.

**Ключові слова:** конічна косокуба евольвентна зубчаста передача, контактний і трибоконтактний тиск, зношування зубів, довговічність передачі

Поряд з прямокубними конічними передачами широке застосування знаходять і косокубі передачі. На загал відомо, що при їх використанні знижуються контактні тиски та зростає довговічність передачі. Однак в літературі немає досліджень, які б виявили кількісні і якісні закономірності впливу кута нахилу зубів на контактні параметри та триботехнічні характеристики у конічних передачах з висотним коригуванням зачеплення при урахуванні зношування зубів, а також умов їх взаємодії (парності зачеплення).

Нижче з використанням методу оцінки зношування і довговічності конічних передач та результатів робіт [2 - 6] наведено розв'язок цієї задачі за даними [6].

Кути переходу від двопарного ( $\Delta\varphi_{1F_2}$ ) до однопарного і знову двопарного ( $\Delta\varphi_{1F_1}$ ) зачеплення у еквівалентній циліндричній косокубій передачі з коригованим зачепленням розраховуються згідно [2].

$$\Delta\varphi_{1F_2} = \varphi_{10} - \varphi_{1F_2}, \Delta\varphi_{1F_1} = \varphi_{10} + \varphi_{1F_1}; \quad (1)$$

$$\text{де } \varphi_{1F_2} = \text{tg}\alpha_{F_2} - \text{tg}\alpha_t, \varphi_{1F_1} = \text{tg}\alpha_{F_1} - \text{tg}\alpha_t, \varphi_{10} = \text{tg}\alpha_{t10} - \text{tg}\alpha_w;$$

$$\text{tg}\alpha_{F_2} = \frac{r_1 \sin \alpha_t - (p_b - e_1) + 0,5n_\beta p_b}{r_1 \cos \alpha}, \text{tg}\alpha_{F_1} = \frac{r_1 \sin \alpha_t - (p_b - e_2) - 0,5n_\beta p_b}{r_1 \cos \alpha}. \quad (2)$$

Кут виходу  $\Delta\varphi_{1E}$  зубів із зачеплення:

$$\Delta\varphi_{1E} = \varphi_{10} + \varphi_{1E}, \quad (3)$$

$$\text{де } \varphi_{1E} = \text{tg}\alpha_E - \text{tg}\alpha_t, \alpha_E = \arccos(r_{b1} / r_{1s});$$

$$r_1 = mz_1 / 2 \cos \beta, p_b = \pi m \cos \alpha_t / \cos \beta,$$

$$\text{tg}\alpha_{t10} = (1 + u) \text{tg}\alpha_t - \frac{u}{\cos \alpha_t} \sqrt{(r_{20} / r_2)^2 - \cos^2 \alpha_t};$$

$$\alpha_t = \arctg(\text{tg}\alpha / \cos \beta);$$

$$e_1 = \sqrt{r_{1s}^2 - r_{b1}^2} - r_1 \sin \alpha_t, e_2 = \sqrt{r_{20}^2 - r_{b2}^2} - r_2 \sin \alpha_t;$$

$$r_{20} = r_{a2} - r, r_2 = mz_2 / 2 \cos \beta, r_{a2} = r_2 + m; r_{1s} = r_{a1} - r, r_{b1} = r_1 \cos \alpha_t; r_{b2} = r_2 \cos \alpha_t,$$

$$r = 0,2m;$$

$r_1, r_2$  – відповідно радіуси ділільних кіл шестерні і колеса;

$\alpha_t$  – торцевий кут зачеплення;

$p_b$  – крок зачеплення;

$\beta$  – кут нахилу зубів;

$\alpha = 20^\circ$  – кут зачеплення;

$u = u_K^2$  – передаточне відношення еквівалентної циліндричної передачі;

$m$  – нормальний модуль зачеплення;

$b$  - ширина вінця;

$z_1 = z_{1K} / \cos \delta_1$ ,  $z_2 = z_{2K} / \cos \delta_2$  - числа зубів еквівалентних циліндричних коліс.

У більш складному випадку (три – дво – трипарне зачеплення):

$$\operatorname{tg} \alpha_{F_2} = \frac{r_1 \sin \alpha_w - (p_b - e_1) + 0,5 \tilde{n}_\beta p_b}{r_1 \cos \alpha}, \quad \operatorname{tg} \alpha_{F_1} = \frac{r_1 \sin \alpha_w - (p_b - e_2) - 0,5 \tilde{n}_\beta p_b}{r_1 \cos \alpha}; \quad (4)$$

$$\tilde{n}_\beta = \begin{cases} n_\beta & - \text{при } n_\alpha + n_\beta > 1, \\ 1 - n_\beta & - \text{при } n_\alpha + n_\beta \leq 1. \end{cases}$$

$n_\alpha, n_\beta$  - дробові частини коефіцієнтів торцевого і покровкового  $\varepsilon_\alpha, \varepsilon_\beta$  перекриття передачі;

$$\varepsilon_\alpha = \frac{2\pi z_1 (e_1 + e_2)}{t_z r_{b1}}, \quad \varepsilon_\beta = \frac{b \sin \beta}{\pi m}.$$

Дані для обчислень прийнято наступними:

$z_{1K} = 20$  – кількість зубів конічного колеса;

$u_K = 3$  – передавальне відношення передачі;

$\operatorname{tg} \delta_1 = u_K^{-1}$ ,  $\operatorname{tg} \delta_2 = u_K$  – кути ділильних конусів;

$n_1 = 750$  об./хв – кількість обертів шестерні;

$\beta = 10^\circ$  – кут нахилу зубів;

$P = 20$  кВт – номінальна потужність передачі;

$b = 50$  мм – ширина вінця;

$m_{\max} = 4,617$  мм – нормальний модуль зачеплення у торцевому перерізі вінця;

$m_{\min} = 3,391$  мм – нормальний модуль зачеплення у внутрішньому перерізі вінця;

$\Delta\varphi = 4^\circ$  – приріст кута обертання шестерні;

$h_{k*} = 0,5$  мм – допустиме зношування зубів;

$k = 1; 2$  – нумерація коліс (1 – шестерня, 2 – колесо).

Матеріали коліс: шестерня: сталь 38ХМЮА, азотування на глибину 0,4...0,5 мм; колесо: сталь 40Х, об'ємне гартування. Машення – граничне оливою, при якій коефіцієнт тертя ковзання  $f = 0,05$ .

Коефіцієнти висотного коригування зубів коліс:  $x_1 = -x_2 = 0; 0,1; 0,2; 0,3; 0,4$ .

У торцевому перерізі вінця зачеплення зубів дво – одно - двопарне, а у внутрішньому перерізі вінця - три – дво - трипарне.

Результати обчислень наведено нижче на рисунках.

### 1. Торцевий переріз, $m_{\max} = 4,617$ мм (дво – одно – двопарне зачеплення)

Двопарному зачепленню відповідають ліва і права зони, а центральна зона – це однопарне зачеплення (рис. 1). Збільшення коефіцієнтів зміщення спричиняє значне зниження  $p_{j \max}$  у лівій зоні. На рис. 2 подано трансформацію тисків  $p_{j \max}$  у трибоконтактні тиски  $p_{jh \max}$  у результаті зношування зубів до допустимого зношування  $h_*$  в одній з точок профілю зубів шестерні. У вхідній зоні двопарного зачеплення трансформація  $p_{jh \max}$  є дуже значною. Суттєво меншою вона є як у зоні однопарного зачеплення, так і у вихідній зоні двопарного зачеплення.

На рис. 3 зображено графіки лінійного зношування профілів зубів коліс в зоні їх зачеплення.

У залежності від величини  $x_1 = -x_2$  допустиме зношування зубів шестерні досягатиметься або на вході у двопарне зачеплення ( $x_1 = -x_2 = 0; 0,1; 0,2$ ), або на виході з однопарного ( $x_1 = -x_2 = 0,4$ ) та двопарного зачеплення ( $x_1 = -x_2 = 0,3; 0,4$ ).

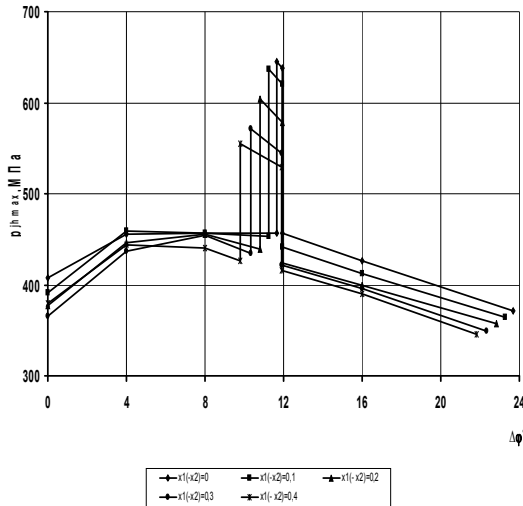
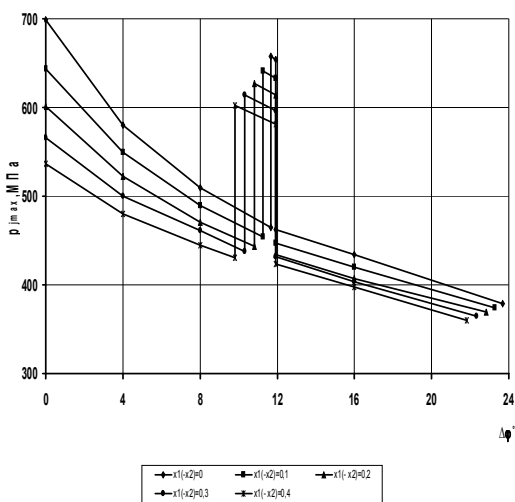
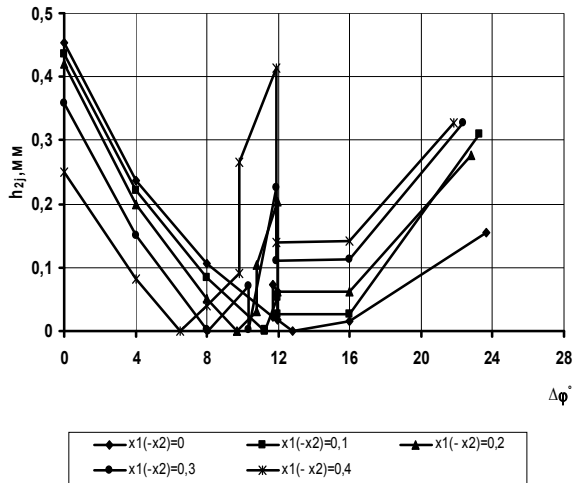
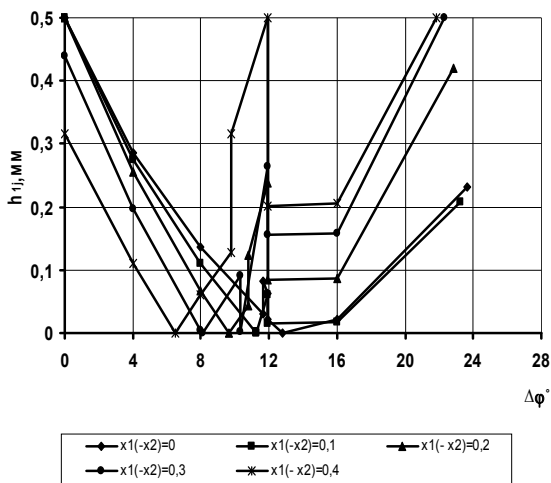


Рис. 1 – Зміна  $p_{j\max}$  у процесі зачеплення зубів

Рис. 2 – Трибоконтактні тиски  $p_{j\max}$



а

б

Рис. 3 – Лінійне зношування зубів з висотним коригуванням:  
а – шестерня;  
б – колесо

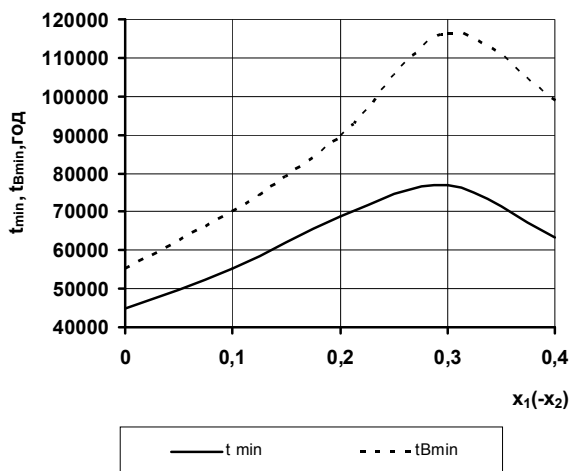


Рис. 4 – Довговічність передачі:

$t_{\min}$  при  $p_{j\max} = \text{const}$ ;

$t_{B\min}$  при  $p_{j\max} = \text{var}$

Мінімальна довговічність передачі залежно від величини коефіцієнтів зміщення  $x_1 = -x_2$  подана на рис. 4. Їх зростання призводить до підвищення довговічності.

У прийнятному діапазоні зміни коефіцієнтів зміщення оптимальними є значення  $x_1 = -x_2 = 0,3$ . Довговічність  $t_{B\min}$  з урахуванням впливу зношування зубів на зміну радіусів кривини їх профілів є більшою від довговічності  $t_{\min}$  передачі, зокрема при оптимальних значеннях коефіцієнтів зміщення в 1,52 рази.

## 2. Внутрішній переріз, $m_{\min} = 3,391$ мм (три – дво – трипарне зачеплення)

Внаслідок реалізації у цьому перерізі три - дво - трипарного зачеплення зубів рівень  $p_{j\max}$  є майже таким самим (рис. 5), як у торцевому перерізі. Зони трипарного зачеплення є вужчими, ніж в попередньому перерізі при двопарному зачепленні, а центральна зона – відповідно ширшою. Трансформація  $p_{j\max}$  при досягненні допустимого зношування зубів шестерні у лівій зоні трипарного зачеплення (рис. 6) є подібною до попереднього випадку.

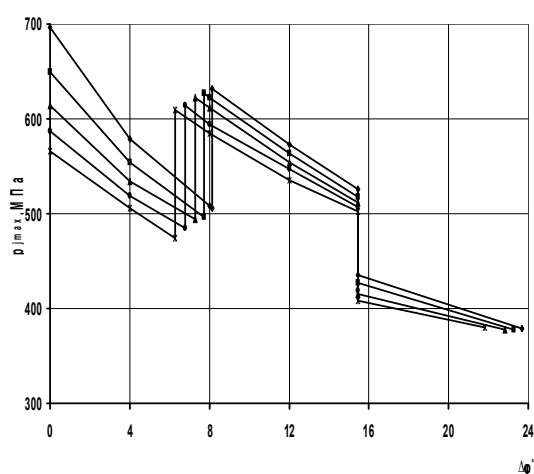


Рис. 5 – Зміна  $p_{j\max}$  у процесі зачеплення зубів

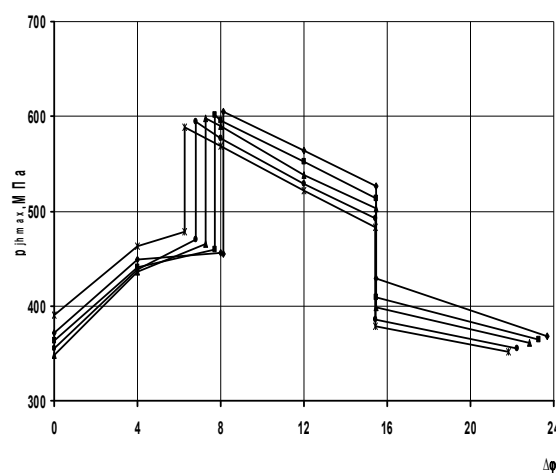
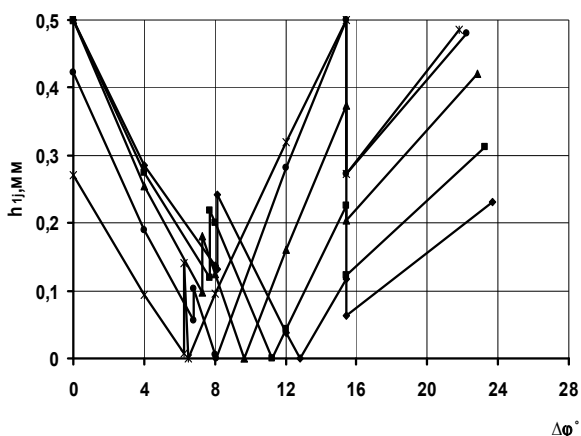
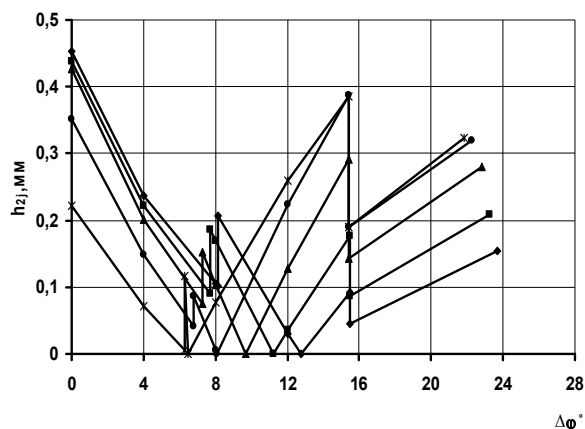


Рис. 6 – Трибоконтактні тиски  $p_{jh\max}$

Закономірності перебігу зношування зубів коліс (рис. 7) є дещо відмінними, як у попередньому перерізі, хоча допустиме зношування зубів шестерні також досягатиметься або на вході у трипарне зачеплення ( $x_1 = -x_2 = 0; 0,1; 0,2$ ), або на виході з двопарного зачеплення ( $x_1 = -x_2 = 0,3; 0,4$ ).



а



б

Рис. 7 – Лінійне зношування зубів з висотним коригуванням:  
а – шестерня;  
б – колесо

Залежність мінімальної довговічності передачі при зростанні  $x_1 = -x_2$  показана на рис. 8. Тут також, як і в попередньому перерізі оптимальними є значення коефіцієнтів зміщення  $x_1 = -x_2 = 0,3$ . До-

вговічність передачі буде вищою, ніж на рис. 4. Оскільки довговічність передачі у торцевому перерізі є нижчою у 1,17 раза, то нижче обчислено при цій довговічності зміну  $p_{jh \max}$ ,  $h_{1j}$ ,  $h_{2j}$  (рис. 9, 10).

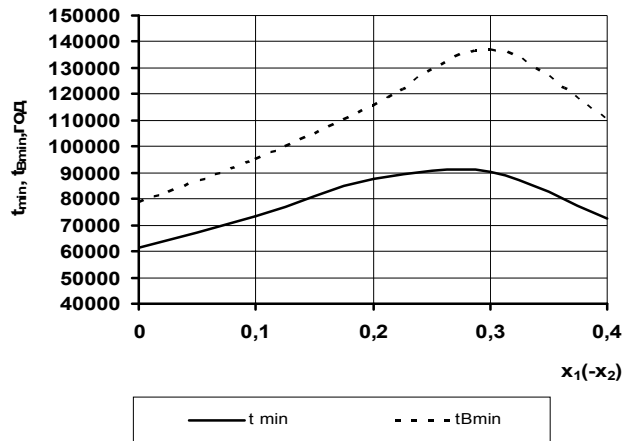


Рис. 8 – Довговічність передачі

3. Внутрішній переріз,  $t_{\min}$  як у торцевому перерізі

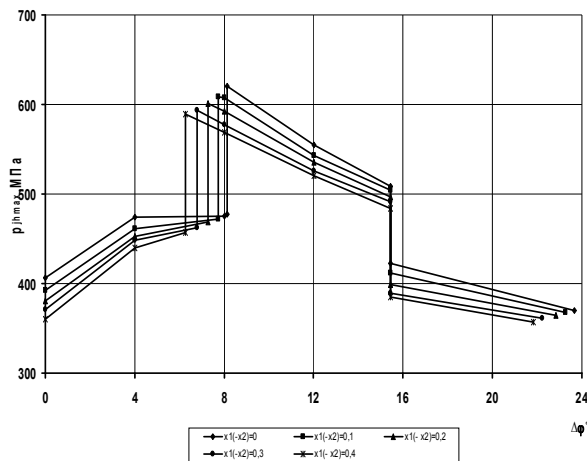


Рис. 9 – Дійсна трансформація  $p_{j \max}$  у внутрішньому перерізі

Відмінність тисків  $p_{jh \max}$  (рис. 9) від поданих на рис. 6 є незначною. Однак дійсні зношування зубів коліс (рис. 10) будуть відповідно до 7,5 і 12,7 % нижчими, ніж на рис. 7.

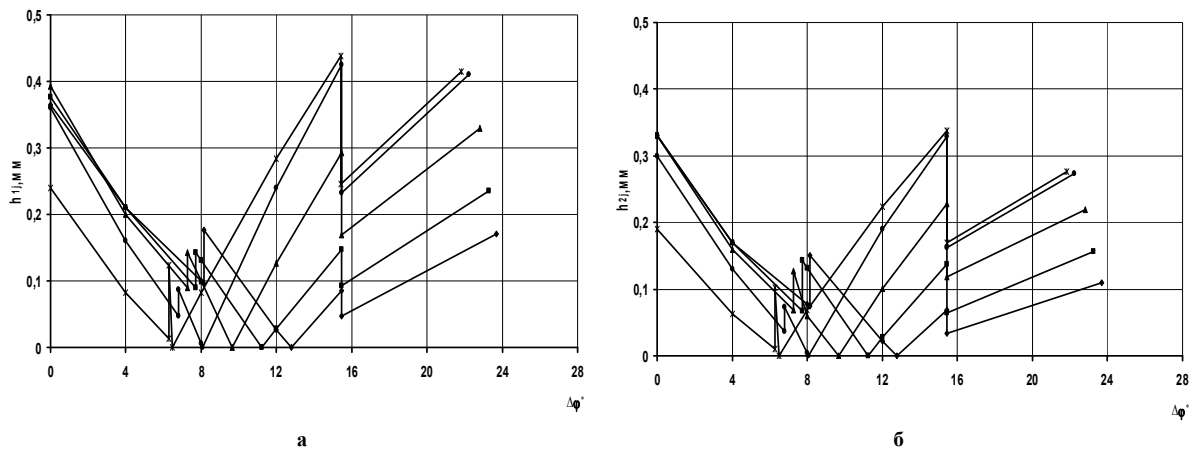


Рис. 10 – Лінійні зношування зубів коліс у внутрішньому перерізі:  
а – шестерня;  
б – колесо

У результаті проведених досліджень встановлено, що:

- початкові максимальні контактні тиски  $p_{j \max}$  будуть приблизно однаковими в обох перерізах внаслідок того, що тут реалізується три – дво – трипарне зачеплення зубів, чого немає у прямозубій передачі [6];
- найвищі значення  $p_{j \max}$  виникають або на вході у ліву зону зачеплень (некоригована передача), або у залежності від величини коефіцієнтів коригування зубів рівночасно на вході у ліву та центральну зону, чи лише на вході у центральну зону зачеплень;
- характер зміни  $p_{j \max}$  у лівій зоні зачеплень є близьким;
- із зростанням величини коефіцієнтів коригування  $x_1 = -x_2$  знижуються початкові максимальні контактні тиски  $p_{j \max}$  та трибоконтактні тиски  $p_{j h \max}$ ;
- наявний оптимум коефіцієнтів коригування  $x_1 = -x_2 = 0,3$ , при якому довговічність передачі буде найвищою, а зношування зубів на вході їх у зачеплення та на виході з нього будуть близькими за величиною;
- перебіги лінійного зношування  $h_{1j}, h_{2j}$  зубів коліс в обох перерізах є дещо відмінними;
- мінімальна довговічність передачі у торцевому перерізі вінця є до 1,17 раза нижчою, ніж у внутрішньому перерізі внаслідок наявності тут три – дво – трипарного зачеплення зубів;
- дійсні величини максимального зношування у внутрішньому перерізі зубів шестерні складатимуть 82,5 %, а зубів колеса - 75 % від допустимого  $h_{k*} = 0,5$  мм.

## Література

1. Чернець М., Ярема Р. До питання про вплив коригування зачеплення циліндричної косозубої передачі на її довговічність // *Машинознавство*. – 2011. – № 10. – С. 15 - 20.
2. Чернець М.В., Чернець Ю.М. Дослідження умов зачеплення зубів циліндричної евольвентної передачі на контактну міцність, зношування і довговічність. Част. 1. Постійні умови взаємодії у некоригованому зачепленні // *Проблеми трибології*. – 2014. – № 3. – С. 84 - 92.
3. Чернець М.В., Чернець Ю.М. Дослідження умов зачеплення зубів циліндричної евольвентної передачі на контактну міцність, зношування і довговічність. Част. 2. Постійні умови взаємодії у коригованому зачепленні // *Проблеми трибології*. – 2014. – №4. – С. 6 - 15.
4. Чернець М.В., Чернець Ю.М. Дослідження умов зачеплення зубів циліндричної евольвентної передачі на контактну міцність, зношування і довговічність. Част. 3. Змінні умови взаємодії у некоригованому зачепленні // *Проблеми трибології*. – 2014. – №4. – С. 49 - 53.
5. Чернець М.В., Чернець Ю.М. Дослідження умов зачеплення зубів циліндричної евольвентної передачі на контактну міцність, зношування і довговічність. Част. 4. Змінні умови взаємодії у коригованому зачепленні // *Проблеми трибології*. – 2015. – №1. – С. 69 - 76.
6. Чернець М.В., Чернець Ю.М. До питання оцінки умов взаємодії зубів у конічній передачі на контактні параметри та триботехнічні характеристики. Част. 1. Прямозуба передача // *Проблеми трибології*. – 2015. – № 3. – С. 23-28.

Поступила в редакцію 07.07.2015

---

**Chernets M.V., Chernets Ju.M. To the question of estimation of teeth interaction conditions in bevel gear on contact parameters and tribotechnical characteristics. Part 2. Helical gear.**

In the paper are presented the results of estimation of maximum contact pressures, wear and durability of bevel helical gear taking into account parity of teeth engagement, change of their involute profiles curvature in the result of wear and angular correction of engagement. Calculation of bevel gear is conducted as for the equivalent cylindrical gear according to the author's method. The established regularities of influence of mentioned conditions of teeth interaction in front and internal cut of bevel wheels rim are presented graphically. Optimum values of correction coefficients, which provide maximum gear durability, are revealed.

**Key words:** bevel helical involute tooth gear, contact and tribocontact pressure, teeth wear, gear durability.

**References**

1. Chernec M.V., Yarema R. Do pytanja pro vplyv koryhuvannja zaczeplennja cylindrycznoi koso-zuboji peredaczi na ii dovhovicznist. *Maszynoznavstvo*, №10, 2011. S. 15 - 20.
2. Chernec M.V., Chernec Ju.M. Doslidzhennia umov zaczeplennia zubiv cylindrycznoi evolventnoi peredaczi na kontaktnu micnist, znoshuvannia i dovhovicznist. Czast. 1. Postijni umovy vzaiemodiji u nekoryhovanomu zaczeplenni. *Problemy trybologii*, №3, 2014. S. 84 - 92.
3. Chernec M.V., Chernec Ju.M. Doslidzhennia umov zaczeplennia zubiv cylindrycznoi evolventnoi peredaczi na kontaktnu micnist, znoshuvannia i dovhovicznist. Czast. 2. Postiini umovy vzaiemodiji u koryhovanomu zaczeplenni. *Problemy trybologii*, №4, 2014. S. 6 - 15.
4. Chernec M.V., Chernec Ju.M. Doslidzhennia umov zaczeplennia zubiv cylindrycznoi evolventnoi peredaczi na kontaktnu micnist, znoshuvannia i dovhovicznist. Czast. 3. Zminni umovy vzaiemodiji u nekoryhovanomu zaczeplenni. *Problemy trybologii*, №4, 2014. S. 49 - 53.
5. Chernec M.V., Chernec Ju.M. Doslidzhennia umov zaczeplennia zubiv cylindrycznoi evolventnoi peredaczi na kontaktnu micnist, znoshuvannia i dovhovicznist. Czast. 4. Zminni umovy vzaiemodiji u koryhovanomu zaczeplenni. *Problemy trybologii*, №1, 2015. S. 69 - 76.
6. Chernec M.V., Chernec Ju.M. Do pytanja ocinky umov vzajemodiji zubiv u konicznej peredaczi na kontaktni parametry ta trybotehniczni harakterystyky. Czast. 1. Prjamozuba peredacza. *Problemy trybologii*, №, 3. 2015. S. 23-28.