

**Писаренко В.Г.,\*****Диха К.О.,\*\*****Скрипник Т.К.\*\***\* КНВО "Форт" МВС України,  
м. Вінниця, Україна,\*\* Хмельницький національний університет,  
м. Хмельницький, Україна

E-mail: tribosenator@gmail.com

**РОЗРАХУНКОВО - ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНА  
МЕТОДИКА ВИЗНАЧЕННЯ  
ТРИБОКОНТАКТНИХ ПАРАМЕТРІВ**

УДК 621.891

Представлені результати розрахунково-експериментальної методики визначення трибоконтактних параметрів при динамічному контакті кулі і площини. В роботі використаний метод відбитків для знаходження модуля пружності гуми за допомогою сферичного зразка та спеціального навантажувального пристрою. В подальшому цей метод використаний для отримання залежностей для визначення сили співударяння кулі і площини, середнього і максимального тиску. Наведений приклад реалізації запропонованої методики.

**Ключові слова:** спосіб відбитків, модуль пружності, сила співударяння, контактний тиск.

**Вступ**

Основна задача в контактній механіці полягає у визначенні контактних тисків і розмірів площадки контакту при взаємодії поверхонь твердих деформуємих тіл. Як правило, контактний тиск розподіляється по площадці контакту нерівномірно. В теорії детально вивчаються функції розподілення тисків по поверхні. В розрахунках зносу і міцності зазвичай використовується максимальний контактний тиск. В наближених розрахунках можна використовувати величину середнього тиску.

Середній контактний тиск  $\sigma$  це величина, яка визначається як відношення сили  $P$  взаємодії двох тіл до площі  $A$  площадки контакту:

$$\sigma = P / A. \quad (1)$$

Для експериментального визначення тиску необхідно знати величину сили  $P$  і величину площі контакту. На практиці при контакті криволінійних поверхонь найбільшу складність складає визначення площі контакту. Найпростішим способом визначення площі контакту є метод відбитків. Метод оснований на залишенні слідів контакту практично при любых контактних взаємодіях. Способи фіксування слідів контакту можуть бути самими різними. Серед великої кількості способів візуалізації слідів контакту в методі відбитків виділимо найбільш прості і ефективні способи:

- 1) копіювального паперу;
- 2) фарб (при шабруванні і подгонці поверхонь);
- 3) масла, оснований на вимірюванні прозорості паперу при нанесенні змазки або жиру;
- 4) зміни прозорості паперу при стисканні великими тисками;
- 5) тонкого хімічного аналізу з урахуванням мікродифузії;
- 6) врахуванням часу контакту при співударянні;
- 7) намагнічених частинок;
- 8) малого зсуву у контакті;
- 9) люмінісцентної фарби;
- 10) деформації лакофарбового покриття та ін.

В даній роботі розглядається найбільш простий з названих – спосіб копіювального паперу.

**Характеристики способу копіювального паперу**

Принцип способу копіювального паперу досить простий. Між поверхнями взаємодіючих тіл закладуються два шари паперу – чистого білого і копіювального, який покритий шаром фарбувальної речовини.

Після взаємодії тіл на чистому папері залишається відбиток фарби від копіювального паперу. Далі визначається площа відбитка. Якщо відбиток має форму кола радіуса  $a$  – площа  $A$  визначається по залежності:

$$A = \pi a^2. \quad (2)$$

Якщо це еліпс з напівосями  $a_1$ ,  $a_2$ , то площа визначається по формулі:  $A = \pi a_1 a_2$ .

Якщо відбиток має неправильну форму, то краще в якості паперу використовувати міліметровку. В цьому випадку визначення площі проводиться простим підрахунком кількості квадратних міліметрів на відбитку.

Точність способу копіювального паперу залежить, перш за все, від: 1) товщини двошарового паперу папір-копірка; 2) величини площадки контакту; 3) величини деформацій в контакті і пружних властивостей контактуючих тіл; 4) величини максимального (середнього) контактного тиска; 5) яскравості відбитка і т.д.

Строга оцінка погрішності цього способу очевидно ускладнена. В зв'язку з цим пропонується наближена експертна оцінка точності в виді співвідношення:

$$\varepsilon = h/a, \quad h = h_1 + h_2,$$

де  $h$  – товщина пакета паперу;

$h_1$  – копірка;

$h_2$  – білий папір;

$a$  – напівширина площадки контакту.

Так при  $h_1 = 0,1$  мм;  $h_2 = 0,02$  маємо  $h = 0,12$  мм. Далі, якщо  $a = 8$  мм, то похибка вимірювання тисків оцінюється величиною:  $\varepsilon = \frac{0,12}{8} = 0,015 = 1,5$  %.

Далі розглядаються деякі застосування способу.

### Визначення модуля пружності матеріалу гумової кулі

Маємо масивний гумовий зразок (масою  $m$ ) з двома сферичними поверхнями на торцях з радіусами  $R_1, R_2$  (рис. 1).

Потрібно визначити модуль пружності  $E$  матеріалу (тверда гума), з якого зроблений зразок.

Визначення модуля пружності носить допоміжний характер і необхідне для розв'язку задач визначення сил і тисків, які виникають при ударах кулі.

Методика визначення модуля пружності базується на формулі Герца про контакт кулі і площини. У відповідності з цією формулою радіус  $a$  площадки контакту визначається виразом:

$$a = 0,9086 \left( \frac{PR}{E^*} \right)^{1/3}, \quad (3)$$

де  $P$  – навантаження;

$R$  – радіус сферичної частини зразка;

$E^*$  – приведений модуль пружності матеріалів контактуючих тіл.

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1 - \mu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \mu_2^2}{E_2}. \quad (4)$$

де  $\mu_1, E_1, E_2, \mu_2$  – модуль пружності і коефіцієнт Пуассона матеріалу кулі та основи відповідно.

Вважатимемо, що матеріал основи суттєво жорсткіший, ніж матеріал кулі:  $E_2 \gg E_1$ , тоді вираз (4) приводиться до виду:

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1 - \mu_1^2}{E_1}, \quad (5)$$

Прийнявши  $\mu_1 = 0,3$ , маємо:

$$\frac{1}{E^*} = \frac{0,91}{E_1}. \quad (6)$$

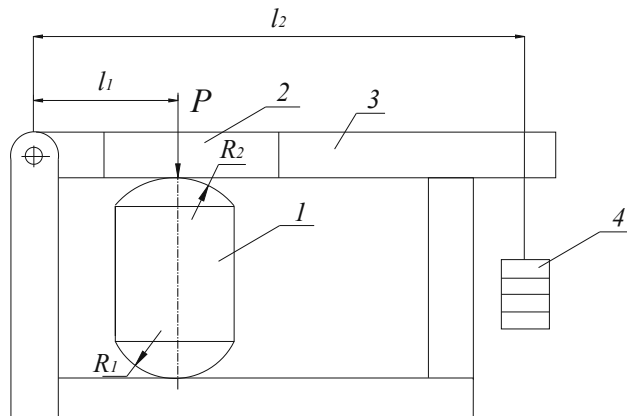
Підставивши (6) в (3) маємо:

$$a = 0,9086 \left( \frac{PR \cdot 0,91}{E_1} \right)^{1/3} = 0,8805 \left( \frac{PR}{E_1} \right)^{1/3}. \quad (7)$$

Звідси знаходимо вираз для шуканого модуля пружності:

$$E_1 = \frac{0,6826PR}{a^3} \quad (8)$$

Практична реалізація описаного способу може бути реалізована на пристрої рис. 1.



**Рис. 1 – Схема установки для випробувань:**  
 1 – гумовий зразок- куля;  
 2 – скляна прозора пластина;  
 3 – важіль заданого навантаження на пластину;  
 4 – вантаж, який прикладається до важіля

Після прикладання навантаження скляна пластина 2 притискається до гуми. При цьому утворюється площадка контакту. Розмір площадки контакту визначається за допомогою вимірювальних приладів, можливо зі збільшенням. Радіус кругової площадки контакту  $a_1$  спочатку визначається при контакті з поверхнею  $R_1$ , а потім радіус  $a_2$  при контакті з поверхнею  $R_2$ . Для повноти залежності краще визначати розміри площадок контакту при різних навантаженнях, отримуючи дані для побудови графіків  $a_1(P)$ ,  $a_2(P)$ . Отримані дані підставляються у формулу (8) і визначаються значення модуля  $E_1$ . Дані усереднюються по всім отриманим результатам.

Як об'єкт досліджень обрано зразок, виготовлений з твердої гуми і який сприймає ударні навантаження. Зразок важить 2 кг і має поверхні двох радіусів:  $R_1 = 47,5$  мм,  $R_2 = 118$  мм. Навантаження здійснюється через товсте скло. Розмір відбитка вимірюється з точністю до 0,1 мм. Вимірювання проводились при різних навантаженнях. Результати вимірів представлені в табл. 1 і на рис. 2.

Таблиця 1

**Таблиця результатів вимірювання плями контакту і розрахунку модуля пружності**

№ п/п	$R_1 = 47,5$ мм				$R_2 = 118$ мм				
	$P$ , Н	$2a$ , мм	$a$ , мм	$E_1$ , МПа	$P$ , Н	$2a$ , мм	$a$ , мм	$E_1$ , МПа	
1	20	3,8	1,9	946	20	5,0	2,5	103	
2	50	5,2	2,6	923	50	6,5	3,5	939	
3	75	6,2	3,1	801	75	7,5	4,0	912	
4	100	7,0	3,5	756	100	8,0	4,5	884	
5	125	7,2	3,6	869	125	9,5	4,75	939	
6	150	8,0	4,0	760	150	10,0	5,2	859	
7	175	8,5	4,25	739	175	10,5	5,4	8,5	
8	200	9,0	4,5	712	200	11,5	5,6	917	
середнє значення				808	середнє значення				922

З метою збільшення чіткості зображення відбитка поверхня гуми змащувалась тонким шаром мастила. Товщина шару зменшувалась шляхом витирання поверхні тканиною. Модуль пружності розраховувався за формулою (8).

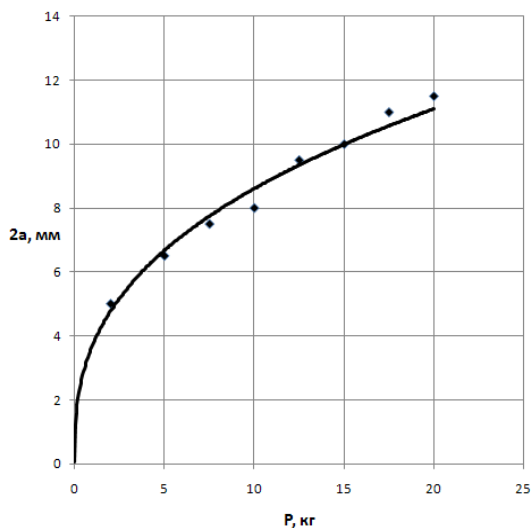


Рис. 2 – Графік залежності діаметра плями контакту на гумовій кулі від навантаження

Результати випробувань узагальнювались середнім значенням модуля пружності гуми зразка  $R_1 = 47,5$  рівний:  $\bar{E}_1 = 808$  МПа, що приблизно в 2000 разів менше модуля сталі. Результати вимірювань площадки контакту і модуля пружності на іншій поверхні зразка при  $R_2 = 118$  мм приведені також в табл. 1. Середній модуль пружності цієї поверхні отриманий рівним  $\bar{E}_2 = 922$  МПа. Усреднюючи значення модуля пружності досліджуваної гуми в цілому по двом поверхням, отримуємо:  $E_1 = 865$  МПа. Це значення і будемо використовувати при визначенні сили співударяння кулі з жорсткою основою в наступному етапі роботи.

#### Визначення сили і контактного тиску при ударі гумової кулі

Ставиться задача способом копіювального паперу визначити силу  $P$  удару і контактний тиск  $\sigma$  при ударі гумового кулі по жорсткій поверхні.

Визначення сили співударяння кулі і жорсткої основи виконаємо при використанні формули типу (7) Герца для визначення радіуса площадки контакту в контактні куля-жорстка поверхня:

$$a = 0,8805 \left( \frac{PR}{E_1} \right)^{1/3}.$$

При відомих величинах  $a$ ,  $E_1$ ,  $R$  знаходимо:

$$P = \frac{a^3 E_1}{0,6826R}, \quad (9)$$

де  $a$  – визначається способом копіювального паперу;

$E_1$  – по методиці, наведеній вище;

$R$  – величина задана.

Після визначення розміру площадки контакту середній контактний тиск визначається по залежності типу (1):

$$\sigma_{cp} = \frac{P}{A} = \frac{P}{\pi a^2}.$$

Максимальний контактний тиск в загальному випадку можна визначити по формулі Герца [1] для контакту кулі і площини:

$$\sigma_0 = 0,5784 \left( \frac{PE_*^2}{R^2} \right)^{1/3}, \quad (10)$$

У випадку, якщо модулі пружності і кулі і площини однакові  $E_1 = E_2$  і при цьому  $\mu_1 = \mu_2 = 0,3$ :

$$\sigma_0 = 0,388 \left( \frac{PE^2}{R^2} \right)^{1/3}; \quad (11)$$

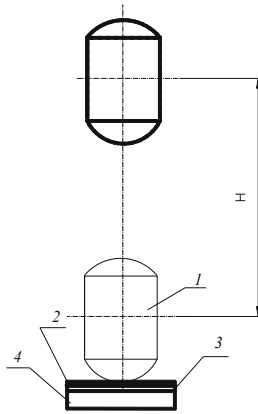
У випадку, якщо модуль пружності матеріалу основи  $E_2 = \infty$ ,  $\mu_1 = 0,3$  маємо:

$$\sigma_0 = 0,5784 \left( \frac{PE_1^2}{R^2 \cdot 0,91} \right)^{1/3}.$$

або

$$\sigma_0 = 0,5969 \left( \frac{PE_1^2}{R^2} \right)^{1/3}. \quad (12)$$

Схема роботи установки для визначення сили співударяння наведена на (рис. 3).



**Рис. 3 – Схема установки:**  
**1 – головка гумової кулі;**  
**2 – копірка;**  
**3 – білий папір;**  
**4 – жорстка сталевіа плита**

На жорсткій плиті 4 розміщується пакет з копіювального 2 і білого 3 паперу. Гумова куля 1 піднімається вертикально і наноситься удар по плиті через пакет копірка-папір. Вимірюється радіус площинки контакту  $a$  на білому папері. Випробування повторюються при різних положеннях кулі по висоті. Результати експерименту представлені в табл. 2.

Навантаження  $P$  визначається по формулі (9), середній тиск визначається по (10); максимальний тиск визначається по (12). При обчисленнях модуль пружності береться за результатами визначення вище.

Таблиця 2

### Результати випробувань

№ п/п	$H$	$2a$	$\bar{a}$ , мм	$P$ , Н
1	20	7	3,1	79,5
2	50	8	4,0	170,7
3	100	10,2	5,1	353,9
4	150	12,0	6,0	576
5	200	12,5	6,3	667
6	250	13,0	6,5	732,6

Через неточності вимірювання і неоднорідності гуми експериментальні дані по діаметру відбитка мають розкид, що видно на рис. 4. Усреднений радіус  $\bar{a}$  відбитка отримано проведенням середньої лінії.

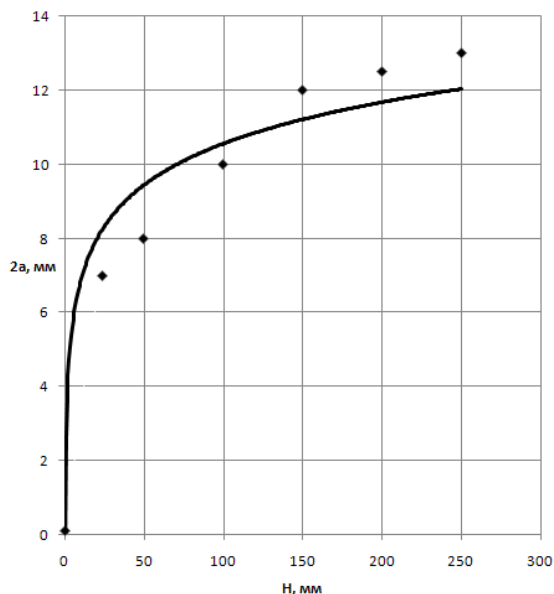


Рис. 4 – Залежності розмірів плями контакту від висоти падіння кулі

При використанні усередненого значення  $\bar{a}$  по (9) виконано розрахунок сили співударення гумового кулі по жорсткій основі. Результати представлені в табл. 2. При вимірюванні радіуса площадки контакту від 3,1 до 6,5 мм сила удару коливається від 79,5 до 732,6 Н.

### Висновки

1. Метод відбитків або слідів один з базових методів дослідження в контактній механіці. Він є простим і достатньо точним для практики методом. Похибка його визначається відношенням товщини пакету копірка-папір до розмірів площадки контакту. Варіанти методу відбитків відрізняються великою різноманітністю і широкими можливостями для розвитку їх чуттєвості, точності і застосування різних фізичних ефектів.

2. Модуль пружності один з базових механічних характеристик любого матеріалу. Модуль пружності матеріалу, наприклад, гуми, необхідний для розрахунків. Однак визначити його стандартними методами практично неможливо, через неможливість виготовити з шару гуми стандартний зразок. В зв'язку з цим в даній роботі запропоновано визначити модуль пружності контактуючих матеріалів при використанні формули Герца для розрахунку розміру площадки контакту кулі і площини. Сама ідея методу вже використовувалась раніше, наприклад в роботі А.В. Орлова [2] стосовно до пластмасових матеріалів.

3. Наявність модуля пружності гуми кулі дозволяє визначити по формулі Герца силу співударення кулі заданої геометрії і основи, якщо відомий радіус плями контакту. Після визначення сили легко визначається середній тиск, а потім визначається величина максимального тиску.

### Література

1. Писаренко Г.С., Яковлев А.П., Матвеев В.В. Справочник по сопротивлению материалов. – К.: Наукова думка, 1988. – 736 с.
2. Орлов А.В., Пинегин С.В. Исследование пластмасс как материала для опор качения. – М.: Наука, 1972. – 91 с.

Надійшла в редакцію 10.09.2015

Pysarenko V.G., Dykha K.O., Skrypnyk T.K. **Calculation - experimental method of determination of tribocontact parameters.**

Presented results calculation-experimental methods of determination of tribocontact parameters at the dynamic contact of sphere and plane. In paper used method of imprints is for finding of the module of resiliency of rubber by a spherical standard and special loading device. In future this method is used for the receipt of dependences for determination of force of blow of sphere and plane, middle and maximal pressure. Resulted example of realization of the offered method.

**Key words:** method of imprints, module of resiliency, force of blow, contact pressure.

#### **References**

1. Pisarenko G.S., Yakovlev A.P., Matveev V.V. Spravochnik po soprotivleniyu materialov. K. Naukova dumka, 1988. 736 p.
2. Orlov A.V., Pinegin S.V. Issledovanie plastmass kak materiala dlya opor kacheniya. M.: Nauka, 1972. 91 p.