

Багрій О.В.Хмельницький національний університет,
м. Хмельницький, Україна
E-mail: avadaro@yahoo.com**ОСОБЛИВОСТІ ДЕФОРМУВАННЯ
КОМПОЗИТНИХ МАТЕРІАЛІВ
З МАЛОЮ ЗВ'ЯЗНІСТЮ В УМОВАХ
ПЛОСКОЇ ДЕФОРМАЦІЇ**

УДК 620.17

Досліджено характер деформування твердих матеріалів з малою молекулярною зв'язністю. Показано, що поверхня деформування може бути представлена як сума поверхні тертя Кулона і поверхні Прандтля ідеально зв'язного матеріалу. Це дає можливість незалежного вивчення впливу молекулярної зв'язності і внутрішнього кулонового тертя на деформації твердих тіл, а величини змінних модулів деформації визначати безпосередньо із загальної поверхні деформування або як суму модулів, знайдених з поверхні Прандтля та поверхні Кулона.

Ключові слова: композитний матеріал, поверхня Кулона, поверхня Прандтля, напруження, деформація, змінний модуль зсуву.

Вступ

Завданням лабораторних досліджень є вивчення закономірностей деформування матеріалів у дограничному і граничному станах. Якщо нехтувати впливом в'язкості, то опір твердого тіла деформуванню в загальному випадку можна представити як суму двох складових: опір за рахунок сил молекулярної зв'язності та опір за рахунок сил сухого кулонового тертя.

Завданням лабораторних досліджень є вивчення закономірностей деформування матеріалів з суттєвим проявом внутрішнього тертя від початку навантаження до моменту переходу у граничний стан і описання поверхні деформування для умов плоскої деформації в дограничному стані.

Результати досліджень представляються у формі залежностей між інваріантами тензорів напружень і деформацій, введеними для плоскої деформації.

Для представлення результатів досліджень впливу внутрішнього кулонового тертя на деформування композитних матеріалів з малою зв'язністю в умовах плоскої деформації зручно ввести інваріанти, які визначаються тільки через напруження і деформації, що виникають у площині деформування $\varepsilon_z = 0$.

Інваріанти записуються через головні напруження σ_1, σ_2 (за додатні приймаємо стискуючі напруження) та головні деформації $\varepsilon_1, \varepsilon_2$, що діють в площині, перпендикулярній осі нульової деформації $\varepsilon_z = 0$, і мають чіткий фізичний зміст.

$$P = \sigma_1 + \sigma_2 = 2\sigma_m; \quad (1)$$

$$\theta = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = 2\varepsilon_c; \quad (2)$$

$$S = 0,5(\sigma_1 - \sigma_2); \quad (3)$$

$$\Gamma = \varepsilon_1 - \varepsilon_2, \quad (4)$$

де P – сума нормальних напружень;

θ – об'ємна деформація;

S – максимальне дотичне напруження;

Γ – максимальна деформація зсуву;

$\sigma_m = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}$ – середнє стискуюче напруження.

Іноді, наприклад, для вибору траєкторій навантаження, зручними є наступні інваріанти тензора напружень:

$$P = \sigma_1 + \sigma_2 = 2\sigma_m; \quad (5)$$

$$\eta = \frac{\sigma_1}{\sigma_2}.$$

Останній інваріант η є найбільш інформативним для дискретних матеріалів, до яких відносяться і композитні матеріали з малою зв'язністю, критерії міцності яких включають не різницю граничних напружень, а їх відношення.

Законо форми і зміни об'єму для випадку плоскої деформації і співпадіння напрямків головних напружень і деформацій описують в інваріантній системі координат (S, P, Γ) поверхню деформу-

вання твердого тіла, що відображає вплив як сил молекулярної зв'язності, так і сил сухого внутрішнього тертя. Умовний вигляд поверхні показано на рис. 1, а. Загальна поверхня деформування для детального вивчення представляється як сума циліндричної поверхні Прандтля S_0 (на рисунку заштрихована), характерної для деформування ідеально зв'язного матеріалу, і поверхні Кулона $S^{(P)}$, що відображає закономірність деформування матеріалів, у яких відсутня молекулярна зв'язність. В експериментальних дослідженнях поверхні представляються у формі їх зрізів площинами $P = \text{const}$ та $\Gamma = \text{const}$. Сім'я кривих, що одержуються при такому представленні, показані на рис. 1, б. Вплив на деформування матеріалу середнього стискуючого напруження σ_m відображає сім'ю кривих $S = f(\Gamma)$ при $P = \text{const}$, сім'я кривих $S = F(P)$ при $\Gamma = \text{const}$ дозволяє оцінити долі внутрішнього тертя та зв'язності в загальному опорі матеріалу зсувам.

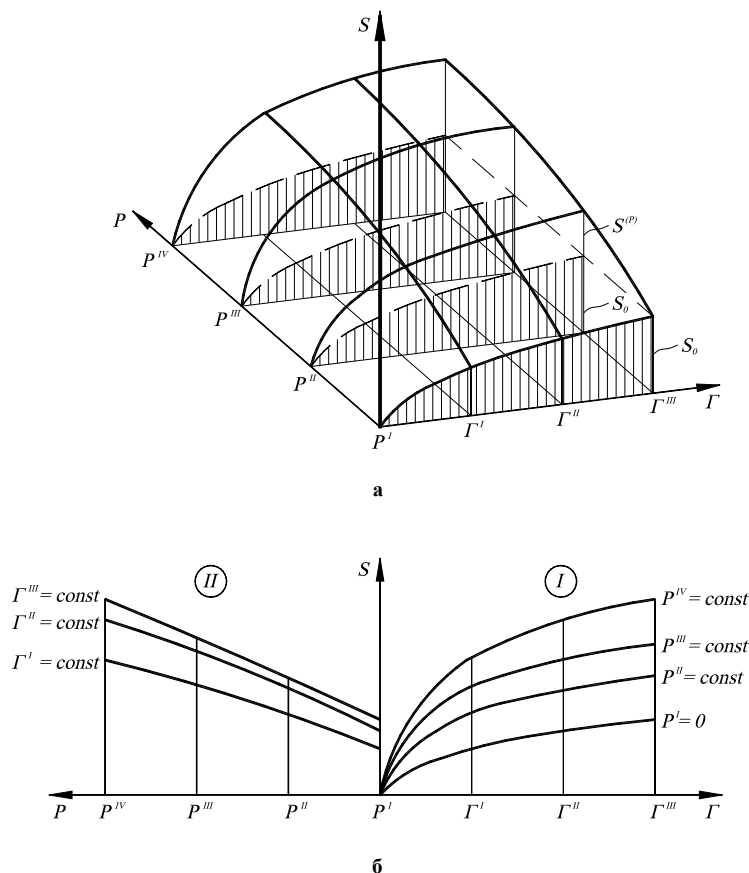


Рис. 1 – Умовне зображення поверхні деформування (а) і її зрізів площинами $P = \text{const}$, $\Gamma = \text{const}$ (б)

Пріоритетним завданням лабораторних досліджень є вивчення впливу внутрішнього кулонового тертя на деформування матеріалів в умовах плоскої деформації. Для цього проведено серію лабораторних випробувань зразків дискретного матеріалу за траєкторіями $P = \text{const}$, $\eta \rightarrow \eta_{kp}$ [1] з використанням спеціально розроблених приладів і методик, описаних у [2]. Результати випробувань представлені у формі сім'ї кривих $S = f(\Gamma)$ при $P = \text{const}$ [1].

Для того, щоб визначити долю зв'язності і долю кулонового тертя в загальному опорі деформуванню матеріалів проведено випробування в тих самих умовах зразків матеріалу з малою зв'язністю, величину якої можна варіювати. Різниця між загальним опором і зв'язністю визначає вплив сухого кулонового тертя.

Аналіз результатів випробувань зразків матеріалів з малою зв'язністю

Випробування зразків піщано-цементних сумішей проведено для дослідження характеру загальної поверхні деформування твердого тіла, опір деформуванню якого визначається як молекулярною зв'язністю, так і внутрішнім кулоновим тертям.

Результати випробувань зразків твердого матеріалу з малою зв'язністю, що представлені сім'ями кривих $S(\Gamma)$ при $P = \text{const}$ [1, рис. 6], дають уявлення про характер загальної поверхні деформування твердого тіла. Цю складну поверхню (рис. 2, а) в узагальненому вигляді можна представити як комбінацію двох простих поверхонь: циліндричної поверхні Прандтля (рис. 2, б) і коноїдальної поверхні Кулона (рис. 2, в), що одержана для сухого кварцового піску, який складав основу композитного матеріалу з малою зв'язністю.

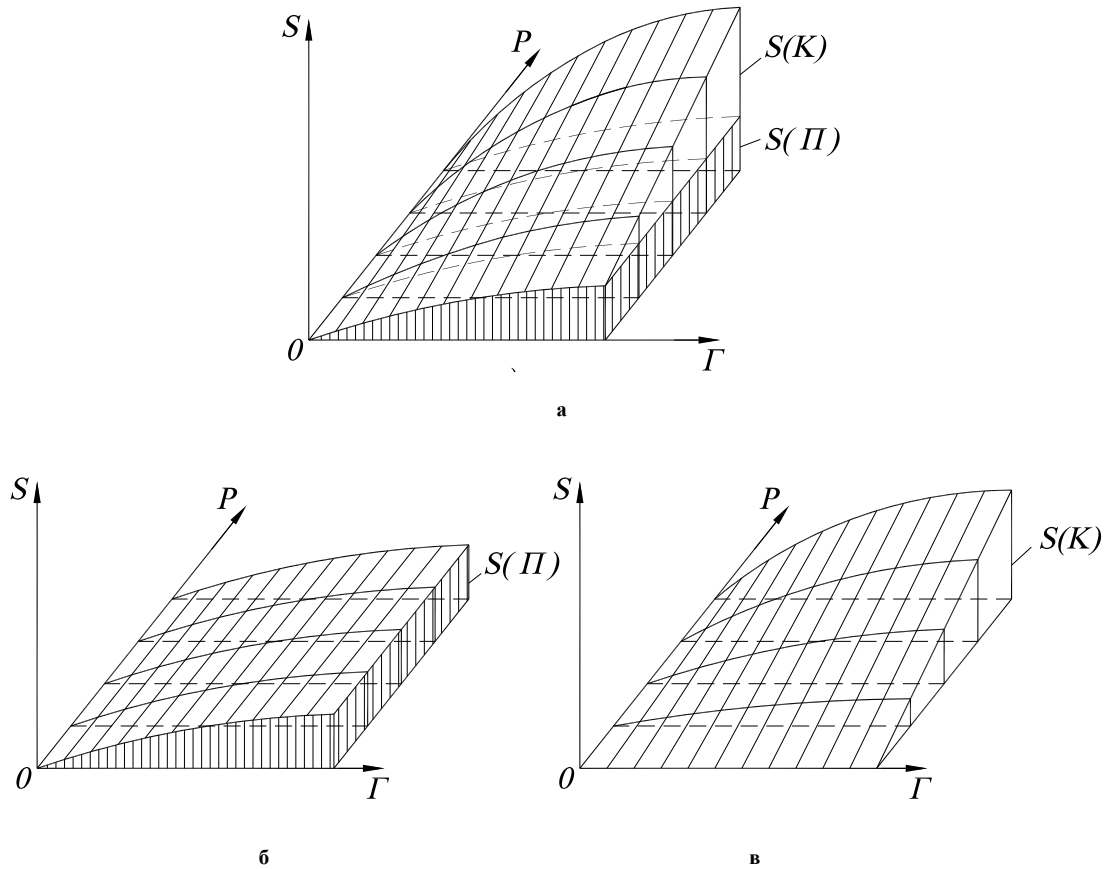


Рис. 2 – Поверхні деформування матеріалів:
а – загальна поверхня деформування композитного матеріалу;
б – поверхня Прандтля;
в – поверхня Кулона

Таке представлення відповідає уявленню, що загальний опір зсуву твердого тіла є сумою опорів, викликаних силами зв'язності і силами сухого кулонового тертя:

$$S = S_{зв}(\Gamma) + S_{\kappa}(\Gamma, P). \quad (6)$$

Перший доданок відображає залежність між напруженнями S і деформаціями Γ при чистому зсуві і в загальному випадку пружно-пластичного деформування матеріалу може бути записаний нелінійним співвідношенням:

$$S_{зв} = G'_{зм} \Gamma, \quad (7)$$

де $G'_{зм}$ – змінний модуль зсуву, величина якого залежить від досягнутого рівня деформації Γ і може бути визначена як відношення ординати точки на поверхні Прандтля до величини досягнутої деформації Γ , $G'_{зм} = S_{зв} / \Gamma$.

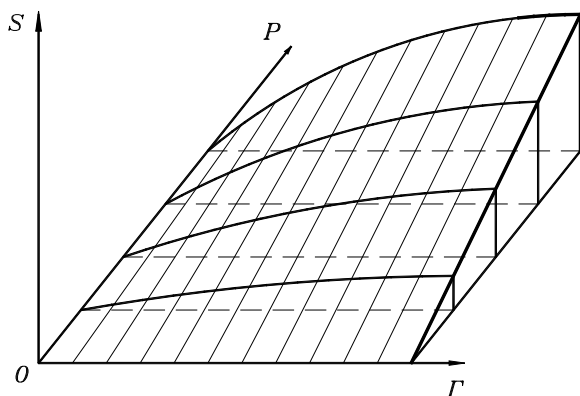


Рис. 3 – Загальний вигляд поверхні Кулона

Другий доданок описує вплив на деформування твердого матеріалу внутрішнього кулонового тертя. Поверхня Кулона для сухого кварцового піску має вигляд коноїди (рис. 3) і апроксимувалась інваріантними співвідношеннями $S = \frac{n\Gamma}{m + \Gamma} P$,

$\frac{S}{P} = \frac{n\Gamma}{m + \Gamma}$, а фізичні рівняння моделі Кулона можна представити аналогічно залежностям (7) через змінні модулі зсуву, величини яких визначаються з виразу

$$G''_{zm} = \frac{n}{m + \Gamma} P, \text{ або безпосередньо з експериментальної поверхні Кулона, } G''_{zm} = \frac{S_{\kappa}}{\Gamma}.$$

периментальної поверхні Кулона, $G''_{zm} = \frac{S_{\kappa}}{\Gamma}$.

Узагальнюючи сказане, співвідношення (1) можна конкретизувати:

$$S = S_{\text{зб}}(\Gamma) + S_{\kappa}(\Gamma, P) = G'_{zm} \Gamma + G''_{zm} \Gamma = (G'_{zm} + G''_{zm}) \Gamma = G_{zm} \Gamma, \quad (8)$$

де G'_{zm} – змінний модуль зсуву, величина якого може бути знайдена з експериментальної поверхні Прандтля, $G'_{zm} = \frac{S_{\text{зб}}}{\Gamma}$;

$G'_{zm} = \frac{S_{\text{зб}}}{\Gamma}$;

G''_{zm} – змінний модуль зсуву, що може бути знайдений з експериментальної поверхні Кулона

$$G''_{zm} = \frac{S_{\kappa}}{\Gamma} \text{ або зі співвідношення } G''_{zm} = \frac{nm}{(m + \Gamma)^2} P;$$

G_{zm} – загальний модуль зсуву, який можна визначити із загальної поверхні деформування

$$G_{zm} = \frac{S(\Gamma, P)}{\Gamma} \text{ або як суму } G_{zm} = G'_{zm} + G''_{zm}.$$

Висновки

Досліджено характер деформування твердих матеріалів з малою молекулярною зв'язністю. Показано, що ця поверхня може бути представлена як сума поверхні тертя Кулона і поверхні Прандтля ідеально зв'язного матеріалу. Це дає можливість незалежного вивчення впливу молекулярної зв'язності і внутрішнього кулонового тертя на деформації твердих тіл, а величини змінних модулів деформації визначати безпосередньо із загальної поверхні деформування або як суму модулів, знайдених з поверхні Прандтля та поверхні Кулона.

Література

1. Багрій О. В. Вплив внутрішнього кулонового тертя на деформування композитних матеріалів з малою зв'язністю / О. В. Багрій // Проблеми трибології (Problems of Tribology). – 2013. – № 4. – С. 114–120.
2. Багрій О. В. Обладнання та методика лабораторних випробувань зразків дискретних матеріалів в умовах плоскої деформації / О. В. Багрій, В. В. Ковтун // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. – 2013. – № 2. – С. 31–39.

Поступила в редакцію 08.12.2016

Bagriy O.V. Research fundamental deformation features of composite materials with low connectivity in conditions of plane strain.

The character of the deformation of solid materials with low molecular connection is investigated. It is shown that the surface can be represented as the sum of the Coulomb friction surface and the surface of the Prandtl ideally cohesive material. This allows independent study of the influence of molecular connectivity and internal Coulomb friction on the deformations of solids, and the value of the variable modules of deformation to determine directly from the total surface deformation or as a sum of modules, found on the surface of the Prandtl and the surface of the Coulomb.

Keywords: composite material, coulomb's surface, prandtl surface, strain, deformation, variable shear modulus.

References

1. Bahriy O. V. Vplyv vnutrishn'oho kulonovoho tertya na deformuvannya kompozytnykh materialiv z maloyu zv'yaznistyu. Problemy trybolohiyi (Problems of Tribology). 2013. № 4. P. 114–120.
2. Bahriy O. V. Obladnannya ta metodyka laboratornykh vyprovuvan' zrazkiv dyskretnykh materialiv v umovakh ploskoyi deformatsiyi. V. Bahriy, V. V. Kovtun. Visnyk Khmel'nyts'koho natsional'noho universytetu. Tekhnichni nauky. 2013. № 2. P. 31–39.