

**Вельбой В.П.,
Диха М.О.**

Хмельницький національний університет,
м. Хмельницький, Україна
E-mail: tribosenator@gmail.com

ДО РОЗРАХУНКУ КОНТАКТНИХ ПАРАМЕТРІВ І СИЛ ТЕРТЯ В ЦИЛІНДРИЧНИХ НАПРЯМНИХ КОВЗАННЯ

УДК 621.891

Проведений розрахунковий аналіз контактних параметрів для циліндричної напрямної ковзання з використанням залежностей Герца в широкому діапазоні конструктивних розмірів і матеріалів. Встановлена прийнятність використання значень коефіцієнтів тертя для плоских поступальних пар у розрахунках циліндричних напрямних ковзання в межах існуючих допусків і посадок спряжених тіл.

Ключові слова: циліндрична напрямна ковзання, зведений коефіцієнт тертя, контактний тиск, кут контакту.

Вступ і постановка завдань

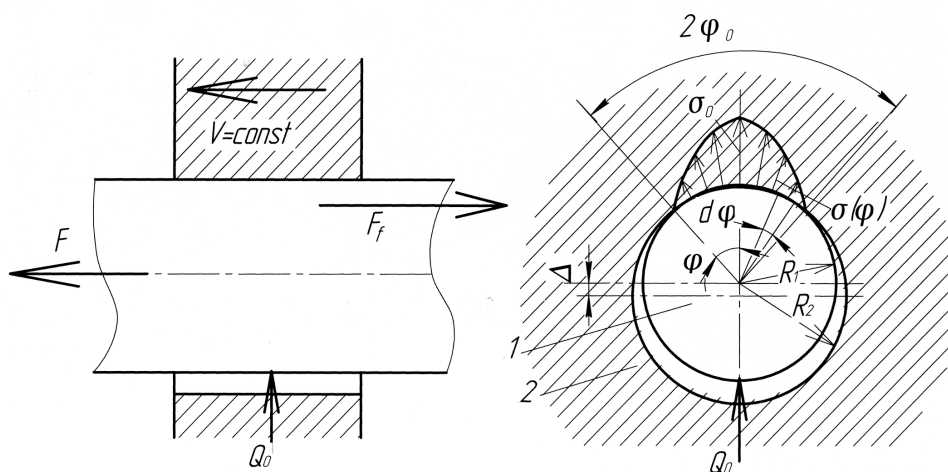
Силу тертя ковзання в інженерних розрахунках зазвичай визначають за законом Амонтона і Кулона, згідно якого максимальне значення сили тертя спокою прямо пропорційне нормальному тиску одного тіла на інше в момент початку їх відносного руху, тобто:

$$F_f = F_{\max} = f_0 Q,$$

де f_0 – коефіцієнт тертя спокою, який можна виразити відношенням максимальної сили тертя F_{\max} до нормальної сили Q .

Коефіцієнт тертя спокою залежить від матеріалу тіл, що стикаються, і фізичного стану тертьових поверхонь, тобто від величини і характеру шорсткості, наявності мастила, вологості, температури та інших умов. Тому значення коефіцієнтів тертя, наведені в довідниках, визначені експериментально при ковзанні тіла по плоскій поверхні.

В механізмах поступального руху зазвичай використовують клинові і циліндричні напрямні, у яких контактний тиск відповідно діє на нахилених під кутом і криволінійних поверхнях. В роботі [1] показано, що сила тертя таких напрямних більша сили тертя, визначеної за довідниковим значенням коефіцієнту тертя. Зокрема аналітично доведено для циліндричної напрямної за умови кута контакту $2\varphi_0 = 180^\circ$ і розподілу контактного тиску за законом косинуса, тобто $\sigma(\varphi) = \sigma_0 \cos \varphi$ (σ_0 – тиск на лінії дії сили Q_0) сила тертя на 27 % більша від сили тертя в плоскій поступальній парі і вводиться поняття зведеного коефіцієнту тертя. Слід зауважити, що прийняті в роботі [1] умови не є коректними, оскільки завжди $\varphi_0 < \pi/2$, а $\sigma(\varphi) = \sigma_0 \cos \varphi$ не задовольняє граничні умови, зокрема, $\sigma(\varphi) \neq 0$ при $\varphi = \varphi_0$ (рис. 1).



**Рис. 1 – Розрахункова схема
циліндричної напрямної ковзання**

В реальних умовах тертя циліндричної напрямної 1 і повзуна 2 контактні параметри, до яких належать кут контакту $2\varphi_0$, розподіл $\sigma(\varphi)$ і максимальне значення σ_0 контактної тиску залежать від властивостей матеріалів напрямної і повзуна, радіальних розмірів контактних поверхонь R_1 і R_2 та зазору Δ між ними [2].

Метою даної роботи є аналіз впливу криволінійної поверхні контакту напрямної на силу тертя і достовірності довідникових значень коефіцієнтів тертя для розрахунку сили тертя ковзання поступального руху.

Основний матеріал

Для розрахунку контактних параметрів циліндричної напрямної і повзуна в даній роботі на відміну від роботи [1] використана теорія Герца [2], достовірність якої обумовлена показником:

$$\Pi = \alpha \left[(1 - \mu_1^2) + (1 - \mu_2^2) \psi \right], \quad (1)$$

$$\text{де } \alpha = \frac{Q_0}{E_1 \Delta}; \quad \psi = \frac{E_1}{E_2}; \quad \Delta = R_1 - R_2;$$

μ_1 і μ_2 – коефіцієнти Пуасона матеріалу напрямної і повзуна;

E_1 і E_2 – відповідно модуль пружності матеріалу напрямної і повзуна.

Якщо $\Pi \leq 0,092$, то за умови $R_1 \approx R_2$ кут контакту φ_0 , розподіл контактної тиску $\sigma(\varphi)$ залежно від кута контакту і максимальний тиск σ_0 в центрі контактної зони визначають за формулами [2]:

$$\sin \varphi_0 = \sqrt{\frac{4}{\pi} \alpha \left[(1 - \mu_1^2) + (1 - \mu_2^2) \psi \right]}; \quad (2)$$

$$\sigma(\varphi) = \sigma_0 \left[1 - \left(\frac{\varphi}{\varphi_0} \right)^2 \right]^{1/2}; \quad (3)$$

$$\sigma_0 = \frac{2Q_0}{\pi R_1 \sin \varphi_0}. \quad (4)$$

Для визначення сили тертя F_f в циліндричній парі (рис. 1) розглянемо елементарну частину $ab = Rd\beta$ контактної поверхні напрямної 1 і повзуна 2. Елементарна сила тертя на одиницю довжини для цієї частини контактної поверхні:

$$dF_f = f\sigma R d\beta,$$

де f – коефіцієнт тертя ковзання;

σ – питомий тиск на виділеному елементі напрямної;

R – радіус циліндричної напрямної.

Повна величина сили тертя визначається за формулою:

$$F_f = fR \int_{-\varphi_0}^{+\varphi_0} \sigma(\varphi) d\varphi. \quad (5)$$

Враховуючи залежність (3) отримуємо [3]:

$$F_f = \frac{fR\sigma_0}{\varphi_0} \int_{-\varphi}^{+\varphi} \sqrt{\varphi_0^2 - \varphi^2} d\varphi = \frac{fR\sigma_0}{\varphi_0} \left[\frac{\varphi}{2} \sqrt{\varphi_0^2 - \varphi^2} + \frac{\varphi_0^2}{2} \arcsin \frac{\varphi}{\varphi_0} \right]_{-\varphi_0}^{+\varphi_0}. \quad (6)$$

З урахуванням границь інтегрування від $(-\varphi_0)$ до $(+\varphi_0)$ знаходимо:

$$F_f = \frac{fR\sigma_0}{\varphi_0} \left[\left(\frac{\varphi_0}{2} \sqrt{\varphi_0^2 - \varphi_0^2} + \frac{\varphi_0^2}{2} \arcsin \frac{\varphi_0}{2} \right) - \left(\frac{-\varphi_0}{2} \sqrt{\varphi_0^2 - \varphi_0^2} + \frac{\varphi_0^2}{2} \arcsin \frac{-\varphi_0}{\varphi_0} \right) \right].$$

$$\text{Або } F_f = \frac{fR\sigma_0}{\varphi_0} \left(\frac{\varphi_0^2}{2} \arcsin 1 + \frac{\varphi_0^2}{2} \arcsin(-1) \right) = \frac{fR\sigma_0}{\varphi_0} \left(\frac{\varphi_0^2}{2} \cdot \frac{\pi}{2} + \frac{\varphi_0^2}{2} \cdot \frac{\pi}{2} \right);$$

$$F_f = \frac{\pi\varphi_0}{2} fR\sigma_0. \quad (7)$$

Враховуючи залежність (4) остаточно отримуємо:

$$F_f = \frac{\pi\varphi_0}{2} fR \cdot \frac{2Q_0}{\pi R \sin \varphi_0} = \frac{\varphi_0}{\sin \varphi_0} fQ_0. \quad (8)$$

Таким чином, показано, що зведений коефіцієнт тертя ковзання циліндричної напрямної залежить від кута контакту напрямної і повзуна:

$$f' = \frac{\varphi_0}{\sin \varphi_0} f. \quad (9)$$

Для кількісної оцінки зміни сили тертя повзуна і циліндричної напрямної у порівнянні з силою тертя повзуна по плоскій поверхні для кутів контакту $10 \leq \varphi_0 \leq 45^\circ$ за інших однакових умов ковзання значення φ_0 в радіанах і табличні значення $\sin \varphi_0$ наведені в табл. 1.

Таблиця 1

**Значення розрахункових параметрів
для різних кутів контакту**

$\varphi_0, ^\circ$	10	15	20	25	30	35	40	45
$\varphi_0, \text{рад}$	0,1745	0,2617	0,3490	0,4362	0,5235	0,6107	0,6980	0,7852
$\sin \varphi_0$	0,1736	0,2588	0,3420	0,4226	0,5000	0,5735	0,6429	0,7071
$\frac{\varphi_0}{\sin \varphi_0}$	1,005	1,01	1,02	1,03	1,05	1,06	1,08	1,11

Аналіз числових значень відношення $\frac{\varphi_0}{\sin \varphi_0}$ показує, що при зміні кута контакту $2\varphi_0$ від 20° до 90° за інших однакових умов ковзання сила тертя збільшується від 0,5 % до 11 % у порівнянні з силою тертя повзуна по плоскій поверхні.

Розрахунок кута контакту φ_0 за формулами (1 - 2) виконано з урахуванням механічних характеристик матеріалів та розмірів рухомого з'єднання напрямної і повзуна.

Циліндричні напрямні реальних механізмів зворотно-поступального руху виготовляють з якісних вуглецевих сталей. Кількість і розміри напрямних залежить від призначення і вимог щодо точності переміщення рухомих складових механізму. Так, наприклад, в штампах і прес-формах зазвичай є дві на-

прямні діаметром від 30 до 50 мм, а в ливарних машинах лиття під тиском і термопластавтоматах – чотири напрямні діаметром від 50 до 120 мм [4, 5, 6]. Напрямні зазвичай нерухомо кріпляться до базових деталей механізму.

Повзуни ковзають по напрямних, їх виготовляють у вигляді гладких сталевих плит або литих траверз, фасонних плит та інших конструктивних форм з відповідними отворами для напрямних. З метою зменшення сили тертя і підвищення зносостійкості напрямних в отвори повзунів часто впресовують бронзові або сталеві втулки.

Таблиця 2

**Механічні характеристики матеріалів
напрямної і повзуна наведені в таблиці 2 [7]**

Матеріал	Сталь вуглецева	Сірий чавун	Бронза
Модуль пружності, E , кПа	$210 \cdot 10^6$	$110 \cdot 10^6$	$115 \cdot 10^6$
Коефіцієнт Пуасона, μ	0,28	0,22	0,35

Рухомі з'єднання напрямних і повзуна зазвичай виконують з гарантованим зазором посадою $H9/d9$, що зумовлює зміщення центрів напрямної і отвору повзуна. Числові значення зазорів Z_{\max} і Z_{\min} , а також усереднене зміщення центрів Δ для рекомендованих інтервалів розмірів напрямної наведені у табл. 3 [8].

Таблиця 3

**Граничні зазори і зміщення
у циліндричній напрямній ковзання**

Інтервал розмірів, мм	30 ... 50	50 ... 80	80 ... 120
Z_{\max} , мм	0,202	0,248	0,294
Z_{\min} , мм	0,08	0,1	0,207
$\Delta = 0,5(Z_{\max} + Z_{\min})$, м	0,00141	0,00174	0,0025

Наведемо розрахунки показника достовірності теорії Герца за формулою (1) і кута контакту φ_0 за формулою (2) для варіанту тертя сталеві напрямної $\varnothing 50$ мм і повзуна з сірого чавуну за умови $Q_0 = 5 \cdot 10^3$ кН/м.

Вихідні дані вибираємо за табл. 2 - 3:

$$E_1 = 2,1 \cdot 10^6 \text{ кПа}; \quad \mu_1 = 0,28;$$

$$E_2 = 1,1 \cdot 10^6 \text{ кПа}; \quad \mu_2 = 0,22;$$

$$\Delta = 0,00141 \text{ м.}$$

Тоді

$$\alpha = \frac{5 \cdot 10^3}{210 \cdot 10^6 \cdot 0,00141} = 0,017; \quad \psi = \frac{210 \cdot 10^9}{110 \cdot 10^9} = 1,91;$$

$$H = 0,017 \left[(1 - 0,28^2) + (1 - 0,22^2) \cdot 1,91 \right] = 0,0465 \leq 0,092;$$

$$\sin \varphi_0 = \sqrt{\frac{4}{3,14} \cdot 0,0465} = 0,2433;$$

$$\varphi_0 = 14^\circ = 0,2443 \text{ рад}; \quad \frac{\varphi_0}{\sin \varphi} = \frac{0,2443}{0,2433} = 1,004; \quad 2\varphi_0 \approx 28^\circ.$$

Аналогічно виконані розрахунки кута контакту сталевих напрямних діаметром від 30 мм до 120 мм навантажених їх силою $Q_0 = 5 \cdot 10^3$ кН/м в парі тертя з повзунами, виготовленими з вуглецевої сталі, сірого чавуну та з бронзовими втулками. Результати розрахункових контактних параметрів різних варіантів пар тертя зведено в таблицю 4.

Таблиця 4

**Результати розрахунку
контактних параметрів в напрямних ковзання**

Інтервал розмірів, мм	П	$\sin \varphi_0$	φ_0	φ_0 , рад	$\frac{\varphi_0}{\sin \varphi_0}$	$2\varphi_0$
30 ... 50	Сталева напрямна - повзун з сірого чавун ($\alpha = 0,017$; $\Psi = 1,91$)					
	0,0465	0,2433	14° 5'	0,2243	1,004	28°
	Сталева напрямна - повзун сталевий ($\alpha = 0,017$; $\Psi = 1,0$)					
	0,0313	0,1996	11° 31'	0,2007	1,005	23°
	Сталева напрямна - втулка бронзова ($\alpha = 0,017$; $\Psi = 1,82$)					
	0,0428	0,2335	13° 36'	0,2355	1,008	27°
50 ... 80	Сталева напрямна - повзун з сірого чавуну ($\alpha = 0,014$; $\Psi = 1,91$)					
	0,0383	0,2211	12° 47'	0,2251	1,018	25°
	Сталева напрямна - повзун сталевий ($\alpha = 0,014$; $\Psi = 1,0$)					
	0,0258	0,1437	8° 16'	0,1448	1,007	16,5°
	Сталева напрямна - втулка бронзова ($\alpha = 0,014$; $\Psi = 1,82$)					
	0,0352	0,2117	12° 32'	0,2181	1,03	25°
80 ... 120	Сталева напрямна - повзун з сірого чавуну ($\alpha = 0,009$; $\Psi = 1,91$)					
	0,0246	0,1769	10° 12'	0,1780	1,006	22,5°
	Сталева напрямна - повзун сталевий ($\alpha = 0,009$; $\Psi = 1,0$)					
	0,0166	0,1454	8° 20'	0,1454	1,00	16,5°
	Сталева напрямна - втулка бронзова ($\alpha = 0,009$; $\Psi = 1,82$)					
	0,0226	0,1696	9° 46'	0,1704	1,005	20°

В результаті проведеного аналізу встановлено, що кут контакту $2\varphi_0$ поверхонь ковзання циліндричної сталевий напрямної діаметром від 30 мм до 120 мм в рухомому з'єднанні посадкою $H9/d9$ з повзунами, виготовленими з вуглецевої сталі, сірого чавуну та з впресованими бронзовими втулками при розподіленому навантаженні до $5 \cdot 10^3$ кН/м менше 30°. Найбільше значення $2\varphi_0 = 22^\circ \dots 28^\circ$ має місце в контакті сталевий напрямної і повзуна з сірого чавуну, найменше $2\varphi_0 = 16,5^\circ \dots 23^\circ$ – в контакті сталевий напрямної з сталевим повзуном. Чим менший діаметр з'єднання напрямної і повзуна, тим більший кут контакту.

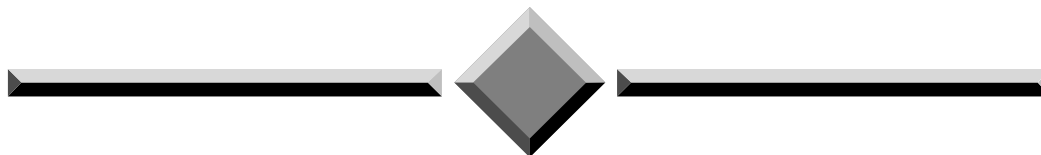
Встановлено, що в межах визначених контактних параметрів різниця сили тертя циліндричної напрямної, обчисленої за довідниковими значеннями коефіцієнту тертя з урахуванням показника $\frac{\varphi_0}{\sin \varphi_0}$ і за умови його нехтування не перевищує 3%, що заходить в межах похибки експерименту виміру коефіцієнту тертя ковзання по плоскій поверхні.

Висновок

Розрахунок розмірів дуги контакту для циліндричної прямої ковзання за формулами Герца та відповідних значень контактної тиску дозволив оцінити нормальну складову навантаженості циліндричного контакту та відповідні складові характеристик тертя. Аналіз отриманих розрахункових даних для широкого діапазону конструктивних розмірів і різних сполучень матеріалів показав прийнятність використання значень коефіцієнтів тертя для плоских поступальних пар у розрахунках циліндричних напрямних ковзання в межах існуючих допусків і посадок спряжених тіл.

Література

1. <http://refleader.ru/polatybewqas.html>
2. Диха О.В. Узли тертя машин. Розрахунки на зносостійкість : навч. посібник / О.В. Диха. – Хмельницький :ХНУ, 2013. – 147 с.
3. Выгодский М. Я. Справочник по высшей математике. – М. : Наука, 1973. – 872 с.
4. Справочник конструктора штампов: Листовая штамповка / Под общ. ред. Л. И. Рудмана. – М. : Машиностроение, 1988. – 496 с.
5. Пантелеев А. П., Шевцов Ю. М., Горячев И. А. Справочник по проектированию оснастки для переработки пластмасс. – М. : Машиностроение, 1986. – 396 с.
6. Калинин Э. Л., Калинин Э. И., Саковцева М. Б. Оборудование для литья пластмасс под давлением. – М. : Машиностроение, 1985. – 256 с.
7. Опір матеріалів. Підручник / Г. С. Писаренко, О. Л. Квітка, Е. С. Уманський. За ред. Г. С. Писаренка – К.: Вища школа, 1993. – 655 с.
8. Гжиров Р. И. Краткий справочник конструктора: Справочник. – Л.: Машиностроение, 1984. – 464 с.



Проблеми трибології
“Problems of Tribology”
E-mail: tribosensor@gmail.com

Поступила в редакцію 02.12.2016

Velboj V.P., Dykha M.O. **To calculate the contact parameters and the friction forces in cylindrical sliding guide.**

Conducted design analysis of contact parameters for cylindrical slide guide using Hertz in a wide range of sizes and materials. Established the acceptability of the values of the coefficients of friction for flat progressive pairs in the calculation of the cylindrical guides sliding within existing tolerances and fits of conjugate bodies.

Keywords: cylindrical guide rail sliding, the consolidated coefficient of friction, contact pressure, contact angle.

References

1. <http://refleader.ru/polatybewqap.html>
2. Diha O.V. Vuzli tertja mashin. Rozrahunki na znosostijkist' : navch. posibnik. – Hmel'nic'kij :HNU, 2013. 147 p.
3. Vygodskij M. Ja. Spravochnik po vysshej matematike. M. : Nauka, 1973. 872 p.
4. Spravochnik konstruktora shtampov: Listovaja shtampovka. Pod obshh. red. L. I. Rudmana. M. : Mashinostroenie, 1988. 496 p.
5. Panteleev A. P., Shevcov Ju. M., Gorjachev I. A. Spravochnik po proektirovaniju osnastki dlja pererabotki plastmasp. M. : Mashinostroenie, 1986. 396 p.
6. Kalinichev Je. L., Kalinicheva E. I., Sakovceva M. B. Oborudovanie dlja lit'ja plastmass pod davleniem. M. : Mashinostroenie, 1985. 256 p.
7. Opir materialiv. Pidruchnik. G. P. Pisarenko, O. L. Kvitka, E. P. Umans'kij. Za red. G. P. Pisarenka K.: Vishha shkola, 1993. 655 p.
8. Gzhirov R. I. Kratkij spravochnik konstruktora: Spravochnik. L.: Mashinostroenie, 1984. 464 p.