

**Соколовський Я.І.,  
Криштапович В.І.,  
Мокрицька О.В.**

Національний лісотехнічний університет  
м. Львів, Україна,  
E-mail: sokolowsky@ukr.net

## **ВИЗНАЧЕННЯ РЕОЛОГІЧНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ ДЕРЕВИНИ ЗАЛЕЖНО ВІД ЗМІНИ ТЕМПЕРАТУРИ І ВОЛОГОСТІ**

УДК 539.3 (075.8)

Наведені дослідження в'язкопружної поведінки деревини з врахуванням структурної анізотропії залежно від зміни температури і вологості. Встановлені функції повзучості та отримані залежності часу релаксації деревини від зміни температурно-вологісних умов. Побудовані алгоритми визначення характеристик функцій реологічної поведінки деревини на основі апроксимації експериментальних даних повзучості. Розглянуто можливість прогнозування в'язкопружних властивостей деревини на основі визначальних параметрів функції реологічної поведінки деревини залежно від вологовмісту і температури матеріалу.

**Ключові слова:** повзучість, релаксація, в'язко - пружне деформування, деревина.

### **Вступ**

Створення нових та вдосконалення існуючих енерго- та ресурсозберігаючих технологій процесу зневоднення деревини набуває важливого практичного значення у зв'язку з високими вимогами до якості готової продукції, потребою зниження фінансових та часових витрат на процес промислового впровадження. Такі технології супроводжуються складними та взаємопов'язаними процесами тепломасопереєсення та деформування, які загалом зумовлюють зміну фізико - механічних властивостей деревини, початкової форми тіла. У цьому аспекті важливою задачею є визначення пружних та в'язкопружних характеристик деревини залежно від зміни тепломасообмінних властивостей матеріалу, а також прогнозування змін цих характеристик.

Реологічні властивості деревини та особливості деформування залежно від різних умов температурно-вологісних та механічного навантаження використовуються для вдосконалення існуючих та розроблення нових технологій гідротермічного та механічного оброблення, пресування та модифікування. Вирішення даної задачі ускладнюється тим, що деревина належить до класу фізично нелінійних, природних гетерогенних полімерів, характеризується високою гідрофільністю і значною мінливістю фізико-механічних характеристик. Тому дослідження та прогнозування реологічної поведінки деревини залежно від зміни температури і вологості для напрямів анізотропії, визначення характеристик функцій повзучості або релаксації за експериментальними даними є важливою та актуальною задачею.

Деревина являється анізотропним матеріалом, тому пружні та в'язкопружні властивості міняються по різному, залежно від структурного напрямку. Особливості анізотропії пружних властивостей наведені у працях [1, 2]. Важливими є дослідження впливу температурно-вологісних полів деревини різних порід на пружні характеристики у напрямках анізотропії, проведені на основі використання акустичних методів [6]. Суттєвий вплив температури і вологості нелінійно спостерігається від сухого стану до точки насичення. У працях [1, 2, 3, 5] наведена методика реологічних досліджень деревини як в'язкопружного тіла з врахуванням механізму переродження деформацій. За результатами експериментальних досліджень показано, що ні одна з найпростіших реологічних моделей не підходить для коректного опису розвитку загальних деформацій. Однак, з врахуванням умови лінійності пропонується використовувати різні комбінації реологічних моделей [4]. Для опису загальних деформацій використані степеневі функції для апроксимації реологічних залежностей [3].

Дослідженню реологічної поведінки навантаженої деревини в умовах циклічної зміни вологості присвячені роботи [1, 8], у яких відображено особливий механізм механіко-сорбційної повзучості, зумовлений швидкістю зміни вологості. У дослідженнях [2] наведені моделі гідротермомеханічних деформацій визначення реологічної поведінки деревини для різних передісторій деформування, включаючи дію навантаження, температури і вологості. Аналіз експериментальних установок та деяких методів ідентифікації реологічних співвідношень для різних порід деревини наведені у [5, 8].

### **Мета і постановка задачі**

Метою роботи є дослідження закономірностей реологічної поведінки деревини у напрямках анізотропії (вздовж і впоперек волокон) залежно від зміни температури і вологості та визначення параметрів функції повзучості на основі апроксимації експериментальних даних.

### Виклад матеріалів досліджень

**Методика експериментальних досліджень деревини вздовж волокон.** У випадку короткочасних навантажень, що не перевищують певних значень деревина з однієї сторони характеризується пружними властивостями, зокрема модулями пружності, коефіцієнтами поперечної деформації і модулями зсуву. Однак, подальші дослідження показали, що в деревині під дією постійного навантаження, окрім власне пружної деформації, що появляється миттєво після навантаження, розвиваються ще й еластичні та залишкові деформації. Еластичні та пружні деформації складають обернену частину загальних деформацій, які зникають після зняття навантаження. Залишкові деформації залишаються у деревині і після зняття довготривалого навантаження навіть для сталих значень температури і вологості середовища.

На теперішній час використовуються різні реологічні моделі для математичного опису в'язкопружної поведінки деревини [2, 5]. Зокрема в області фізично лінійного формування використовується модель лінійної в'язкопружності у вигляді рівнянь Больцмана-Вольтери [4]:

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma(t)}{E} + \int_0^t K(t, \tau) \frac{\sigma(\tau)}{E} d\tau; \sigma(t) = E\varepsilon(t) - \int_0^t R(t, \tau) E\varepsilon(\tau) d\tau, \quad (1)$$

де  $\varepsilon(t)$  – деформація;

$\sigma(t)$  – напруження;

$K(t, \tau)$ ,  $R(t, \tau)$  – відповідно ядра повзучості та релаксації, які залежать від температури і релаксації;

$t$  – час.

У процесі взаємодії деревини з температурно-вологісними полями під час проведення експериментальних досліджень на повзучість або релаксацію виявлені різні типи взаємодії, що обумовлює складність аналізу фізичної поведінки матеріалу. Результати вказують на можливість визначення реологічних характеристик деревини шляхом застосування масштабних функцій [5, 7], які обумовлюють інваріантність деформівних процесів відносно зміни для описання реологічної поведінки деревини вздовж волокон.

Якщо матеріал деревини для будь-яких значень фізичних факторів, обумовлених зміною температури і вологості, характеризується релаксаційним спектром  $L(\tau_0)$ , то процес релаксації між  $\tau_0$  і  $\tau_0 + d\tau_0$  може бути ідентифікований процесом [7] з часом релаксації між  $\tau/a_W$  і  $(\tau_0 + d\tau_0)/a_W$  без зміни довготривалої пружності і рівноважної піддатливості не змінюються, де  $a_W$  – відповідна масштабна функція. Тобто процес релаксації для  $W = W_1$  між  $\tau_0$  і  $\tau_0 + d\tau_0$  може бути замінений процесом із часом релаксації між  $\tau = \tau_0/a_W$  і  $\tau_0 + d\tau_0 = (\tau_0 + d\tau_0)/a_W$ . Необхідно зазначити, що можливість такої вологісно-реологічної поведінки деревини вздовж волокон є справедливим за умови виконання наступних умов [7]: ефект вологості зводиться лише до зміни швидкості релаксаційного процесу і змін пропорційно одній функції вологості всіх членів дискретного спектру часів релаксації.

Якщо за реологічну модель деревини використовується рівняння лінійної в'язкопружності [4, 7], то співвідношення для реологічної поведінки деревини має вигляд:

- для  $T = T_0 = \text{const}$  :

$$R(\tau, T_0, W) = R_0(W) + \sum_{i=1}^n R_i(T_0, W_0)(1 - \exp(-ta_W / \tau_i)), \quad (2)$$

де  $W_0$  – базова вологість матеріалу;

$R_i$  і  $R_0$  – рівноважна, миттєво - пружна піддатливості.

З метою побудови узагальнених кривих повзучості деревини вздовж волокон на основі експериментальних даних деформацій в'язкопружні властивості матеріалу розраховуються за формулою

$$R(\tau, T, W) = \bar{\varepsilon}(\tau) / \sigma, \quad (3)$$

де  $\bar{\varepsilon}(\tau)$  – осереднена деформація повзучості. Отримані результати відображають у напівлогарифмічних координатах  $R(\tau, T, W) = \ln \tau$  з визначенням довірчих інтервалів для  $R(\tau, T, W)$ . Для визначення масштабної функції  $a_W$  вибирається базова крива  $W = W_0$  (у середині експериментального вологісного інтервалу або ближче до його нижньої осі) і вимірюється відстань

$\Delta_i \ln a_w$  між сусідніми кривими повзучості, експериментально отриманими для сталих значень навантаження на рівнях вологості і переведеними у напівлогарифмічну систему координат.

Для встановлення розмірів робочої ділянки деревного взірця враховано такі умови: у робочій ділянці напружений стан повинен бути однорідним, оскільки збурення, що виникають у місцях закріплення взірців, затухають у різних напрямках неоднаково; у робочій ділянці зразка необхідно забезпечити надійне розміщення і закріплення вимірювальних давачів; розміри поперечного перерізу і довжину необхідно вибирати таким, щоб вимірювальні величини (переміщення, зсуви і т.п.) це залежали від розмірів поперечного перерізу; довжина вимірної бази не перевищує 5/6 довжини частини робочого взірця. Однорідність напруженого поля взірця оцінювали величиною  $\beta$  [1, 5]

$$\beta = \frac{\sigma^{\max} - \sigma^{\min}}{\sigma^0} \cdot 100\%,$$

де  $\sigma^{\max}$ ,  $\sigma^{\min}$ ,  $\sigma^0$  – максимальне, мінімальне і середнє значення напружень.

Для обґрунтування розмірів поперечного перерізу робочої частини взірців враховувалася наявність необхідної кількості анатомічних елементів, характерних для даної породи деревини. Зокрема, за даними [1, 2] досліджуваній взірць має містити не менше 5 - 6 річних шарів. Оскільки їх товщина для різних порід деревини коливається у досить широких межах (для сосни і ялини вона дорівнює 1 мм, а для дуба і берези – 2 мм), то мінімальний розмір поперечного перерізу взірця у першому випадку не повинен бути меншим за 5мм., а у другому - за 10мм. Для забезпечення однорідності напружень у випадку експериментальних досліджень тангенціальних деревинних взірців кривизна їх річних шарів не повинна перевищувати  $1 \div 2\%$  [2]. Степінь кривизни визначається відношенням довжини стріли до довжини її хорди  $d$ :  $\delta = d^{-1}(r - \sqrt{r^2 - (d/2)^2})$ , де ( $r$  – радіус кривизни). Оскільки  $\delta d^2 \ll (d/2)^2$ , то знаходимо, що розміри деревинних взірців для проведення реологічних досліджень мають задовольняти ще умові  $d \approx 8\delta r$ . Величина  $d$  визначає розмір поперечного перерізу взірця для випробовування вздовж волокон та довжину робочої зони зразків, досліджуваних поперек волокон. Реологічні властивості деревини досліджувалися для значень температур від 20°, 40°, 80°, 95 °С і вологості від 8 % до границі гігроскопічності.

Дослідження релаксації напружень у деревині з врахуванням тепломасообмінних процесів базується на реологічному рівнянні (1) у диференціальній або в інтегральній формах та обумовлює проведення відповідних експериментальних досліджень щодо визначення коефіцієнтів рівнянь у будь-який фіксований момент для температурно-вологісних полів.

Актуальним є питання вибору аналітичної форми для апроксимації експериментальних даних. Традиційне застосування формул інтерполяції Лагранжа [9] для отримання відповідної аналітичної залежності не забезпечує точності, оскільки покладені в основу методу раціональні функції є чутливими до похибок, які обумовлені дисперсією вихідних даних зумовлених особливостями структурної будови деревини. Тому для апроксимації експериментальних кривих повзучості використовується метод інтерполяції функції у вигляді суми експонент [3]:

$$\psi = \psi_0 + \sum_{k=0}^N a_k \exp(-a_k \tau), \quad (4)$$

Можна показати, що у першому наближенні:

$$\alpha_1 = ((\psi(0, W, t)|_{\tau=\tau_1} / \psi(\infty, W, t)|_{\tau=\tau_1}) - 1) \alpha_1; \quad \alpha_1 = \tau_p^{-1} \Big|_{\tau=\tau_1}. \quad (5)$$

Наведемо алгоритм програми визначення параметрів на ЕОМ. Задачу сформулюємо наступним чином. За наявними  $N$  експериментально знайденими значеннями  $\psi(\tau_1), \psi(\tau_2), \dots, \psi(\tau_N)$  необхідно визначити величини  $\psi_0, a_k, \alpha_k$  таким чином, щоб значення функції реологічної поведінки деревини поперек волокон (4) найкращим чином апроксимували експериментальні дані. За критерій найкращого співпадання приймемо умову мінімуму квадратичного відхилення:

$$r = \sum_{j=1}^N (\psi_j - \psi_{jppo})^2 = \sum_{j=1}^N \left[ \psi_j - \psi_0 \left( 1 - \sum_{k=0}^L a_k \exp(-a_k \tau_j) \right) \right]^2, \quad (6)$$

де  $\psi_{jppo}$  – розрахункові значення функції реологічної поведінки деревини;

$\psi_j$  – експериментальні значення. Умова мінімуму  $r = r_{\min}$  є еквівалентною умові рівності нулеві похідних (6) за параметрами  $\psi_0, a_k, \alpha_k$ .

**Дослідження експериментальних залежностей реологічної поведінки деревини вздовж волокон від зміни температури і вологості.** Для встановлення залежностей деформацій повзучості деревини від температури  $T$  і вологи  $W$  скористаємося залежністю (2), яка базується на залежності часів релаксації від температури. Можливість застосування (2) слідує з експериментальних кривих повзучості для різних порід деревини у напівлогарифмічній шкалі координат [5]. Аналіз свідчить про інваріантність в'язкопружних властивостей деревини відносно зміни вологості. Зміна вологи деревного взірця на деяку величину  $\Delta W = W - W_0$  веде до зміщення кривої повзучості  $\varepsilon(\ln t, \Delta W)$  у напівлогарифмічній шкалі координат вздовж осі  $\ln t$  на деяку величину  $\ln a_W = (\Delta W)$ , яка є масштабною функцією або коефіцієнтом вологісно-часового зсуву. Тобто, згідно (2) вплив  $T$  і  $W$  на повзучість деревини вздовж волокон зводиться до зміни лише швидкості реологічного процесу, а всі члени спектра часів релаксації змінюються пропорційно  $T$  і  $W$ . Виходячи з вище наведеного аналізу, криві повзучості деревини для різних значень  $\sigma$ ,  $T$  і  $W$  можуть бути апроксимовані співвідношеннями (2) з ядром повзучості у вигляді

$$\varepsilon^* = \sigma \frac{1}{n} \sum_{\tau=v}^v b_i [1 - \exp(-\tau / (\tau_{0i} / a(T, W)))] \quad (7)$$

де  $\tau_{0i}$  – дискретний спектр часів релаксації для базових значень  $T_0$  і  $W_0$ ;

$b_i$  – коефіцієнт пов'язаний з піддатливістю матеріалу;

$a(T, W)$  – функція релаксаційного зсуву.

Попередньо встановлена апроксимаційна залежність  $a(T, W)$  для рівня температури  $T = 40$  °C і для порід деревини сосни, ялини, берези і дуба у наступному вигляді:

$$a_W = \left( \frac{W_0}{W} \right)^b \frac{\ln 50(1 - (E_{mp}(W_0) / E_{mum}(W_0)))}{\ln 50(1 - (E_{mp}(W) / E_{mum}(W)))} \quad (8)$$

де  $E_{mp}$ ,  $E_{mum}$  – тривалий і миттєвий модулі пружності. Значення коефіцієнта  $b$ , що залежить від породи деревини і способу навантаження, наведено у табл. 1.

Таблиця 1

#### Значення коефіцієнта $b$ для різних порід деревини

Порода	Сосна	Ялина	Береза	Дуб
$b$ / Стиск	0,63	0,51	0,42	0,7
Розтяг	4,73	4,3	3,85	4,8

Параметри повзучості, які входять у (7), визначені для деревини сосни. Аналогічні результати для інших порід деревини можна визначити з графічних залежностей кривих повзучості [5]. Для цього криві повзучості для всіх значень зміни  $T$  і  $W$  будувались у напівлогарифмічній системі координат ( $\varepsilon$ ,  $\ln t$ ). Базові значення температури і вологості відповідно дорівнювали  $T = 40$  °C,  $W = 8$  %. На основі попереднього аналізу встановлено, що  $\ln a(T, W)$  є нелінійною за кожним із аргументів, а також обумовлюється їх взаємовпливом. У зв'язку з цим, залежність для  $a(T, W)$  прийнято у вигляді:

$$\ln a(\bar{T}, \bar{W}) = a_1 \bar{T} + a_2 \bar{T}^2 + a_3 \bar{W} + a_4 \bar{W}^2 + a_5 \bar{T} \bar{W} \quad (9)$$

Коефіцієнти  $a_i$  ( $i = 1, 5$ ) визначені методом найменших квадратів [9]  $a_1 = 0,16715$ ;  $a_2 = 0,00357$ ;  $a_3 = 2,97143$ ;  $a_4 = -0,73584$ ;  $a_5 = 0,01796$ . Точність апроксимації оцінювалася за відповідними значеннями дисперсії  $\gamma$ , що дорівнює 7,13 %.

Таблиця 2

#### Значення розрахункових коефіцієнтів деформацій

$i$	1	2	3	4	5
$a'_i$	0,3966	-	0,5631	-	0,1231
$\tau_{0i} \cdot 10^3$	0,02	0,95	2,92	6,07	9,06
$b_i^* \cdot 10^{-3}$	0,138	0,553	0,731	0,792	1,315

Порівняємо середні квадратичні відносні похибки, які характеризують відтворення і точність описаних експериментальних досліджень. Статистичні оцінки, отримані для стаціонарних температурно-вологісних навантажень у процесі визначення реологічної поведінки деревини берези вздовж волокон, такі: похибка апроксимації середніх експериментальних значень деформації –  $\gamma_c = 7,13$  %; похибка відтворюваності експериментальних значень деформації –  $\gamma'_c = 12,53$  %. Статистичні оцінки результатів досліджень реологічної поведінки деревини берези вздовж волокон у нестационарних температурно-вологісних умовах наведені у табл. 3.

Похибки, зв'язані з відтворюваністю експериментальних даних для усіх п'яти випадків відрізняються незначно  $\bar{\gamma}'_n = 15,71$ . Апроксимація кривих повзучості для стаціонарних температурно-вологісних умов є задовільною, оскільки  $\gamma_c < \gamma'_c$ . Відтворюваність результатів експериментальних досліджень для нестационарних температурно-вологісних умов є дещо гіршою, оскільки  $\bar{\gamma}'_n = 15,71 > 7,13 = \gamma_c$ . Також у цьому випадку є більшим розходження розрахункових та експериментальних значень кривих повзучості деревини сосни ( $\bar{\gamma}'_n = 15,71 > 7,13 = \gamma_c$ ). Але, як свідчить аналіз, у чотирьох випадках з п'яти  $\bar{\gamma}'_n > \gamma_n$ , розрахункові криві не виходять за довірчі інтервали дослідних даних. Збільшення похибки для випадку 5 ( $\bar{\gamma}'_n = 15,71 > 18,64 = \gamma_n$ ), який характеризується зміною як температури, так і вологості, обумовлюється нерівномірністю розподілу вологи за товщиною матеріалу. Тому для зниження похибки розрахунку необхідно враховувати швидкість дифузії вологи у деревині.

Таблиця 3

**Статистичні оцінки  $\gamma$  і  $\gamma'$  деревини сосни  
у змінних температурно - вологісних полях**

Номер досліджу	1	2	3	4	5	Середні значення
$\gamma_n$ , %	8,19	11,87	8,73	11,81	18,64	11,85
$\gamma'_n$ , %	14,78	15,96	14,81	16,03	16,98	15,71

Таким чином, на основі порівняння статистичних оцінок відтворюваності і точності апроксимації результатів досліджень на повзучість деревини берези вздовж волокон для змінних температурно-вологісних навантажень встановлено, що для досліджуваних діапазонів і швидкостей зміни температури і вологості матеріалу визнані з досліджень для стаціонарних температурно-вологісних умов, закони і характеристики повзучості після відповідних перетворень можуть бути використані для розрахунку реологічної поведінки деревини сосни для нестационарних температурно-вологісних умов.

**Результати експериментальних досліджень повзучості деревини поперек волокон.** Проведені експериментальні дослідження реологічної поведінки деревини поперек волокон для різних температурно-вологісних умов. Встановлено деформації повзучості  $\varepsilon(T, W, \tau)$  у деревних зразках сосни, берези, дуба для різних значень вологості і температури. Результати досліджень наведені у табл. 4.

На основі порівняння експериментальних даних розтягуючих та стискаючих деформацій повзучості  $\varepsilon(T, W, \tau)$  виявлено, що реологічна поведінка деревини у тангентальному напрямку не суттєво залежить від способу навантаження (розтяг, стиск). Отримані результати узгоджують з результатами [1, 2, 5]. Значимо, що вздовж волокон деформації повзучості суттєво залежать від способу навантаження.

З ростом часу деформування експериментальні значення  $\varepsilon(T, W, \tau)$  асимптотично збільшуються до граничних значень  $\varepsilon_T(T, W)$ , які залежать від температури  $T$  і вологості  $W$  випробуваного зразку. Наприклад, для деревинного зразку вологістю  $W = 35$  % і температурою  $T = 20$  °C в інтервалі часу від 140 хв до 200 хв у тангентальному напрямі деформування  $\varepsilon(T, W, \tau) = \text{const}$ , тобто  $\varepsilon(T, W, \tau) = \varepsilon_T(W, T) \approx 3,1 \cdot 10^{-3}$ .

Для  $\tau = 0$ ,  $\psi = \psi_0 = 1/E_M$ , де  $E_M$  – миттєвий модуль пружності. Значенню  $\tau = \infty$  відповідає  $\psi = \psi_\infty = 1/E_T$ , де  $E_T$  – тривалий модуль пружності. Через  $\phi$  позначено характеристику реологічних властивостей деревини, яка дозволяє оцінити степінь повзучості матеріалу  $\phi = \psi E_M$ .

Отримані експериментальні дані дозволяють встановити співвідношення між значеннями функції повзучості для  $\tau = 0$  і  $\tau = \infty$ . У тангенціальному напрямі деформування деревини залежність  $\psi(0, W, T)/\psi(\infty, W, T)$  є майже сталою (табл. 5)

На основі отриманих експериментальних даних графоаналітичним шляхом визначається час релаксації  $\tau_p$  деформації повзучості деревини:

$$\psi(\tau_p) = 0,632\psi(\infty, W, T) + 0,368\psi(0, W, T). \quad (10)$$

Таблиця 4

**Експериментальні значення функції повзучості  $\psi(T, W, \tau)$  деревини сосни у тангенціальному напрямі деформування ( $T = 20^\circ\text{C}$ )**

Функції деформацій повзучості $\psi, 10^{-3}$ МПа	Час деформування $\tau \cdot 10^2$ с									
	0,05	12	24	36	48	60	78	90	120	120
$W = 10\%$										
$\psi_{розтяг}$	1,07	1,21	1,33	1,43	1,50	1,54	1,58	1,63	1,67	1,68
$\psi_{стиск}$	1,04	1,22	1,32	1,40	1,53	1,56	1,60	1,62	1,68	1,69
$\phi$	419	478	517	561	599	612	619	639	659	662
$W = 15\%$										
$\psi_{розтяг}$	0,92	1,09	1,21	1,34	1,40	1,44	1,47	1,50	1,52	1,52
$\psi_{стиск}$	0,97	1,07	1,26	1,36	1,42	1,44	1,46	1,50	1,54	1,54
$\phi$	346	378	432	483	503	510	520	533	545	545
$W = 20\%$										
$\psi_{розтяг}$	0,86	1,05	1,18	1,27	1,36	1,37	1,40	1,42	1,43	1,43
$\psi_{стиск}$	0,85	1,06	1,19	1,28	1,34	1,36	1,39	1,43	1,43	1,43
$\phi$	266	333	372	401	420	426	435	448	448	448
$W = W_2\%$										
$\psi_{розтяг}$	0,64	0,82	0,93	0,99	1,03	1,06	1,06	1,07	1,07	1,07
$\psi_{стиск}$	0,64	0,81	0,93	1,01	1,03	1,05	1,05	1,06	1,07	1,08
$\phi$	167	212	242	259	268	272	273	275	279	280

Аналіз експериментальних досліджень деформацій повзучості  $\epsilon(T, W, \tau)$ , визначених для однакових температурно - вологісних умов і механічних навантажень, свідчить про залежність повзучості деревини від породи. Зокрема значення величини  $\epsilon(T, W, \tau)$  у довільний момент часу для деревини сосни є більшими ніж для деревини ялини. Наприклад, для  $W = 15\%$ ,  $T = 20^\circ\text{C}$ ,  $\tau = 120$  хв деформація соснових взірців дорівнює  $2,23 \cdot 10^{-3}$ , а деформація взірців з ялини відносно дорівнює  $1,14 \cdot 10^{-3}$ . Для визначення деформації повзучості залежно від в'язкопружних характеристик деревини, які є не однаковими для різних порід, скористаємося співвідношеннями  $\sigma = E(W, T) \epsilon_m(W, T)$ ,  $\sigma = E_m(W, T) \epsilon_m(W, T)$ , де  $E(W, T)$ ,  $E_m(W, T)$  – відносно миттєвий і тривалий модулі пружності, залежні від температури і вологості.

Визначено лінійне співвідношення між миттєвим і тривалим модулями пружності для деревини, сосни та ялини у тангентальному напрямі деформування:

$$E_T(W, T) = 0,58E_{мит}(W, T). \quad (11)$$

Значення  $E_m(W, T)$  визначається на основі експериментальних даних деформацій повзучості  $\epsilon(0, W, \tau)$   $\epsilon(\infty, W, \tau)$ . Для дослідження закономірностей зміни миттєвих модулів пружності деревини у тангентальному напрямі та вздовж волокон експериментальні дані апроксимували лінійною залежністю [2]:

$$E_K(W, T) = E_{OK}(W, T) + K_{W_k}(25 - W) + K_{T_k}(100 - T) + K_{W_k}(25 - W)(100 - T) \quad (12)$$

де  $k$  – індекс який вказує на напрям анізотропії (вздовж волокон  $k = 1$ , у тангентальному напрямі  $k = 2$ );

$E_{OK}$  – значення миттєвого модуля пружності деревини температурою  $T = 100$  °C і вологістю  $W = 25$  %.

Таблиця 5

**Значення відношення  $\gamma(W, T) = \psi(0, W, \tau) / \psi(\infty, W, \tau)$ , деформацій повзучості деревини, визначених для моментів часу  $\tau = 0$  і  $\tau = \infty$  тангентальному напрямі деформування**

Температура $T, ^\circ\text{C}$	Вологість $W, \%$	$\gamma(W, t)$	Температура $T, ^\circ\text{C}$	Вологість $W, \%$	$\gamma(W, t)$	Температура $T, ^\circ\text{C}$	Вологість $W, \%$	$\gamma(W, t)$
<b>Сосна</b>								
20	10	0,56	40	10	0,57	60	10	0,59
	15	0,58		15	0,58		15	0,59
	20	0,58		20	0,57		20	0,57
	35	0,57		35	0,58		35	0,58
80	10	0,58	95	10	0,58	100	10	0,59
	15	0,56		15	0,58		15	0,59
	20	0,57		20	0,57		20	0,57
	35	0,60		35	0,57		35	0,58
<b>Ялина</b>								
20	10	0,60	40	10	0,59	60	10	0,58
	15	0,58		15	0,57		15	0,58
	20	0,58		20	0,59		20	0,57
	35	0,56		35	0,58		35	0,55
80	10	0,58	95	10	0,57	100	10	0,55
	15	0,59		15	0,55		15	0,57
	20	0,58		20	0,57		20	0,59
	35	0,59		35	0,60		35	0,57

Значення коефіцієнтів регресії, визначенні методом найменших квадратів [9], відповідно дорівнюють:  $K_{W_1} = 0,5$ ;  $K_{T_1} = 0,47$ ;  $K_{WT_1} = 0,02$ ;  $K_{W_2} = 3,8$ ;  $K_{T_2} = 1,2$ ;  $K_{WT_2} = 0,05$  – для сосни; :  $K_{W_1} = 0,34$ ;  $K_{T_1} = 0,5$ ;  $K_{WT_1} = 0,01$ ;  $K_{W_2} = 4$ ;  $K_{T_2} = 3,1$ ;  $K_{WT_2} = 0,04$  – для ялини.

**Визначення параметрів функції реологічної поведінки деревини за експериментальними даними.** Для встановлення аналітичної форми ядра повзучості, необхідного для розрахунку деформаційно-релаксаційних властивостей деревини скористаємося експериментальними даними деформацій повзучості матеріалу для різних температурно-вологісних умов. Отже, вибір ядра повзучості  $R(\tau, W, T)$  обумовлюється особливостями реологічної поведінки деревини.

Оскільки експериментальні значення деформацій  $\varepsilon(T, W, \tau)$  вздовж та поперек волокон, знайдені на момент часу  $\tau_{rel}(W, T)$  задовільняють співвідношення (9), то розрахункові значення  $\varepsilon(\tau_{rel}(W, T))$ , повинні бути такими, щоб для них також виконувалася рівність (9) з точністю апроксимації експериментальних даних величин  $\varepsilon(T, W, \tau)$  [10]. Отже, знаходимо одну з умов щодо вибору ядра повзучості  $R(t - \tau)$ :

$$\int_0^{\tau_{rel}(W, T)} R(\tau_{rel}(W, T) - \tau) d\tau = 0,632 \frac{E(W, T) - E_m(W, T)}{E_m(W, T)}. \quad (13)$$

Функція повзучості повинна бути додатною спадною функцією [4]. Покажемо що виявленим на основі аналізу результатів експериментальних досліджень вище наведеним критерієм щодо вибору ядра повзучості деревини, задовольняє експоненціальна залежність (4), для якої

$$a_0 = 0; a_k = \frac{c(W, T)}{\tau_{rel.k}(W/T)}; \alpha_k = \frac{\tau - \tau'}{\tau_{rel.k}(W/T)}; \quad (14)$$

Алгоритм для розрахунку  $a_k$  і  $\alpha_k$  описується формулою (6). Для знаходження величини  $C(W, t)$ , після деяких математичних перетворень отримаємо:

$$C(W, T) = E(W, T) / E_m(W, T) - 1. \quad (15)$$

Таким чином, ядро повзучості для випадку деформування деревини у тангентальному напрямку залежно від різних температурно-вологісних умов описується функціональною залежністю:

$$R(t - \tau') = \frac{E(W, T) + E_m(W, T)}{E_m(W, T)\tau_{\text{рел}}(W, T)} \exp\left(\frac{\tau - \tau'}{\tau_{\text{рел}}(W, T)}\right) \quad (16)$$

Невідомий час релаксації у (15) знайдемо за допомогою перетворень Лапласа та чисельних методів інтегрування [9]. Для цього запишемо рівняння Больцмана-Вольтера (1) та (16) в операційній формі:

$$p\varepsilon(p) = \varepsilon_0(1 + K(p)); K(p) = \frac{1}{p + 1/\tau_{\text{рел}}(W, t)}, \varepsilon_0 = \sigma / E. \quad (17)$$

Тоді для фіксованих значень  $p_i$  отримаємо:

$$e_0 \frac{E_T(W, T) \left( p_1 + \frac{1}{\tau_{\text{рел}}(W, T)} \right) + E(W, T) - E_T(W, T)}{E_T(W, T)\tau_{\text{рел}}(W, T) \left( p_1 + \frac{1}{\tau_{\text{рел}}(W, T)} \right)}. \quad (18)$$

На основі перетворень Лапласа знаходимо праву частину:

$$p_i e(p_i) = \int_0^{\infty} e\left(\frac{\tau}{p_i}\right) \exp(-\tau) d\tau \approx A_0 + \sum_{k=1}^n A_k \sum(\bar{\tau}_k) \quad \bar{\tau}_k = \frac{\tau_k}{p_i}. \quad (19)$$

Інтеграл (19) обчислюємо за наближеною інтерполяційною формулою з  $n$  вузлами інтерполяції  $\bar{\tau}_k$ , де  $\tau_k$  – вузлові точки,  $A_k$  – значення вагових коефіцієнтів. Деформації  $\varepsilon(\bar{\tau}_k)$  вибираємо із експериментальних вимірювань. Визначені з (19) коефіцієнти  $p_i e(p_i)$  для формальних параметрів  $p_i$ , вибираємо таким чином, щоб значення  $\tau_k$  повністю охоплювали часовий інтервал проведення експериментальних досліджень, підставимо у (18) і отримаємо співвідношення для визначення часу релаксації:

$$\tau_{\text{рел}}(W, T) = \frac{(E_T(W, T) - E(W, T))a_i}{(1 - \varepsilon_0)E_T(W, T)p_i}. \quad (20)$$

Зокрема для деревини сосни температурою 20 °C для зміни вологи від 20 % до 10 % час релаксації  $\tau_{\text{рел}}(W, T)$  суттєво зменшується (рис. 1). У тангентальному напрямі за таких же умов  $\tau_{\text{рел}}(W, T)$  зменшується приблизно у 2,5 рази (рис. 2).

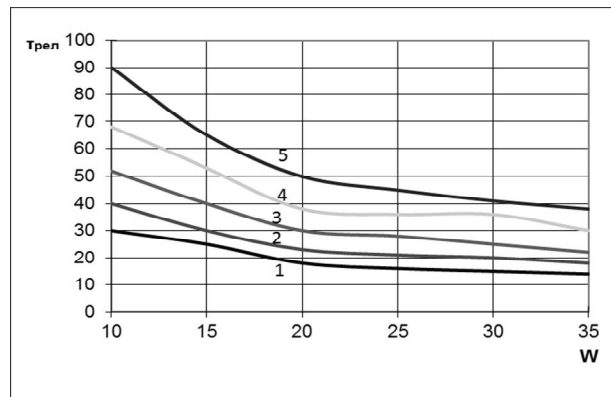


Рис. 1 – Залежність часу релаксації від вологи і температури для сосни:  
 1 –  $T = 20$  °C; 2 –  $T = 40$  °C;  
 3 –  $T = 60$  °C; 4 –  $T = 80$  °C; 5 –  $T = 95$  °C,  
 тангентальний напрям



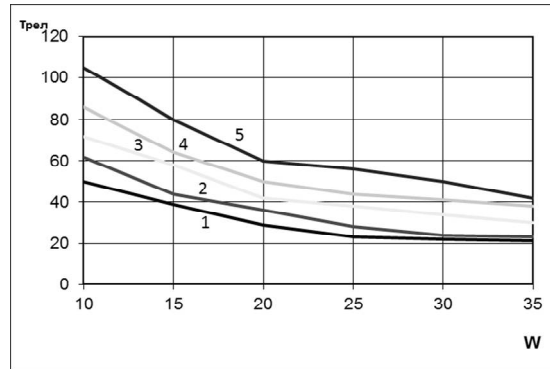


Рис. 2 – Залежність часу релаксації від вологості і температури для ялини:  
 1 –  $T = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$ ; 2 –  $T = 40\text{ }^{\circ}\text{C}$ ;  
 3 –  $T = 60\text{ }^{\circ}\text{C}$ ; 4 –  $T = 80\text{ }^{\circ}\text{C}$ ; 5 –  $T = 95\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  
 тангенціальний напрямок)

Залежно від температури  $\tau_{рел}(W, T)$  з ростом  $t$  також зменшується. Однак, швидкість зменшення  $\tau_{рел}(W, T)$  із збільшенням  $T$  у декілька разів є більшою від швидкості зміни  $\tau_{рел}(W, T)$  залежно від  $W$ . Зокрема, збільшення  $t$  на  $1\text{ }^{\circ}\text{C}$  обумовлює зменшення часу релаксації  $\tau_{рел}(W, T)$  приблизно у 1,5 рази, а збільшення гігроскопічної вологості  $W$  деревини на 1 % веде до зменшення  $\tau_{рел}(W, T)$  приблизно у 8 разів. Порівнюючи значення часу релаксації  $\tau_{рел}(W, T) \approx 245$  год, знайденого за результатами вимірювань стискаючих деформацій деревини сосни температурою  $T = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$  і вологістю  $W = 10\%$ , з часом  $\tau_{рел}(W, T)$  деревини сосни з аналогічними температурно - вологісними характеристиками, випробуваної на розтяг, слід зазначити, що час релаксації стискаючих деформацій повзучості суттєво є більшим від часу релаксації розтягуючих деформацій. Така залежність часу релаксації від способу навантаження пояснюється тим, що розтягуючі напруження зменшують величини потенціального бар'єру між конфігураційними (конформаційними) станами. Відповідно ймовірність переходу молекул з одного конформаційного стану до іншого для розтягу деревини вздовж волокон є набагато більшим ніж для стиску.

Для апроксимації розрахункових результатів часу релаксації  $\tau_{рел}(W, T)$  деформацій повзучості деревини сосни та ялини встановлені регресійні рівняння:

- для тангенціального напряму деформування:

$$\tau_{рел}(W, T) = A \exp(-BW). \quad (20)$$

- для  $\tau_{рел}(W, T)$  вздовж волокон:

$$\tau_{рел}(W, T) = \tau_{рел}(W_0, T) (W_0/W)^b \quad W_0 = 10\%. \quad (21)$$

Таблиця 6

#### Коефіцієнти для визначення часу релаксації кривих повзучості деревини

Температура $T$ , $^{\circ}\text{C}$	Сосна		Ялина	
	$A$	$B$	$A$	$B$
20	160	0,058	190	0,058
40	123		158	
60	95		132	
80	72		110	
95	57		92	
100	45		75	

Значення регресійних коефіцієнтів  $A$  і  $B$ , знайдених методом найменших квадратів, наведено у табл. 6. Аналогічним способом визначено також і чисельне значення коефіцієнта  $b$ , яке для деревини сосни, випробуваної на розтяг приблизно дорівнює 4,73.

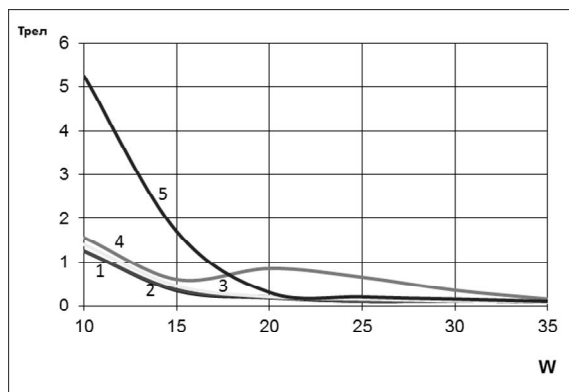


Рис. 3 – Залежність часу релаксації від вологості і температури для сосни  
 1 –  $T = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$ ; 2 –  $T = 40\text{ }^{\circ}\text{C}$ ;  
 3 –  $T = 60\text{ }^{\circ}\text{C}$ ; 4 –  $T = 80\text{ }^{\circ}\text{C}$ ; 5 –  $T = 95\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  
 вздовж волокон

### Висновки

Обґрунтовано застосування методу аналогій для прогнозування повзучості деревини вздовж волокон, що дозволяє за результатами короточасних досліджень прогнозувати реологічні властивості на довготривалий час. Наведено методику і визначено параметри коефіцієнтів часових аналогій. Досліджено реологічну поведінку деревини поперек волокон у тангенціальному та радіальному напрямках залежно від зміни температури і вологості. Встановлені функції повзучості та оцінено характер її поведінки в умовах зміни вологості, зволоження. Досліджені закономірності релаксації деформування деревини. Побудовано необхідні для подальшого розрахунку напружено-деформівного стану деревини ядра повзучості і релаксації з врахуванням накопичення залишкових деформацій та розроблено алгоритми визначення їх параметрів залежно від зміни температури і вологості.

### Література

1. Bodic J. Mechanics of Wood and Composites / Bodic J., Jayne A. – New York : Van Nostrand Reinhold, 1982. – 712 p.
2. Уголев Б. Н. Древесиноведение с основами лесного товароведения : учеб. для лесотехн. вузов / Б. Н. Уголев ; М-во образования Рос. Федерации, Моск. гос. ун-т леса. – Изд. 3-е, перераб. и доп. – М. : МГУЛ, 2002. – 340 с.
3. Соколовський Я. І. Методика та результати експериментальних досліджень реологічної поведінки деревини / Я. І. Соколовський, Й. В. Андрашек // Науковий вісник УкрДЛТУ України : зб. наук.-техн. праць. – Львів, 1999. – Вип. 9.13. – С. 15-26.
4. Савін Г. М. Елементи механіки спадкових середовищ. Вип. II: Реологічні тіла з загальним законом лінійного деформування / Г. М. Савін. – К., 1970. – 132 с.
5. Белянкін Ф. П. Деформативность и сопротивляемость древесины / Ф.П. Белянкін, В.Ф. Яценко. – К. : АН УССР, 1957. – 199 с.
6. Sokolovsky Ya. Demention of the Non-isotropic Elastic Features for Wood by an Ultrasonic Method / Ya. Sokolovsky, O. Storoshuk // 57th SWST Convention of Society of Wood Science and Technology - Zvolen, Slovakia, 2014. – P. 178-187.
7. Малмайстер А.К. Сопротивление полимерных и композитных материалов / А.К. Малмайстер, В.П. Тамуж, Г.А. Темерс. – Рига: Зинатие, 1980. – 572 с.
8. Niemz P. Research into determination of the Poisson ratio of spruce wood. / P. Niemz, D. Caduff // Holz Roh Werkst – 2008. 66(1): 1-4.
9. Можаровский Н.С. Методы и алгоритмы решения краевых задач / Н.С. Можаровский, Н.Е. Кочаловская. – К. : Вища школа, 1981. – 287 с.
10. Соколовський Я.І. Визначення в'язкопружних властивостей у деревині в процесі сушіння / Я.І. Соколовський, Б.П. Поберейко // Науковий вісник УкрДЛТУ України : зб. наук.-техн. праць. – Львів, 1997. – Вип. 7. – С. 121-125.

Поступила в редакцію 25.01.2017

Sokolovskyy Ya., Kryshchapovych V., Mokrytska O. **Determination of rheological properties of wood depending on changes of temperature and humidity.**

An research of the viscoelastic behavior of wood taking into account the structural anisotropy depending on changes in temperature and humidity. Substantiated analogy of the method for predicting creep along the wood fibers, allowing the results to predict short-term studies on the rheological properties long time. To substantiate the size of the cross-section of the working models take into account the availability of the required number of anatomical elements characteristic of wood. An research of the methodology and the parameters of the time factors analogies. Substantiated rheological behavior of wood across the fibers in tangential and radial directions depending on changes in temperature and humidity. Established function creep and relaxation time dependences wood from changing temperature and humidity conditions. Determined linear relationship between immediate and long elastic modulus wood, pine and spruce plain in the direction of deformation. For the approximation of the experimental curves of creep method uses the interpolation function as a sum of exponentials. Built necessary for the further calculation of the stress-strain state of wood kernels of creep and relaxation with the consideration of accumulation of residual deformations and the developed algorithms determine the characteristics of the functions of rheological conduct of wood on the basis of approximation of experimental data creep. To establish the analytical form of the kernel of creep required to calculate the strain-relaxation properties of wood used experimental data of creep deformation of the material for different temperature and humidity conditions. So, the choice is conditioned creep kernel features rheological behavior of wood. Approximation calculation results for the relaxation time creep wood pine and spruce established regression equation. Based on the comparison of statistical estimates of reproducibility and accuracy of the approximation of results of studies on creep of birch wood along the grain the possibility of predicting the viscoelastic properties of wood based on the governing parameters of rheological behavior of wood depending on moisture content and temperature of the material.

**Key words:** creep, relaxation, viscoelastic deformation, wood.

### References

1. Bodic J., Jayne A. *Mechanics of Wood and Composites*. New York : Van Nostrand Reinhold, 1982. 712 p.
2. Ugolev B.N. *Drevesinovedenie s osnovami lesnogo tovarovedenia : ucheb. dlia. lesotechn. vuzov.; M-vo obrazovaniya Ros. Federacii, Mosk.gos. un-ta lesa. Izd. 3-e, perereb. i dop. M. : MGUL, 2002. 340 s.*
3. Sokolovskyy Ya. I., Andrashek J. V. *Metodyka ta rezultaty eksperymentalnykh doslidzen reologichnoi povedinky derevyny // Naukovyj visnyk UkrDLTU Ukrainy : zb. nauk.-texn. prac. Lviv, 1999. Vyp. 9.13. S. 15-26.*
4. Savin G.M. *Elementy mekhaniky spadkovykh seredovysch. Vyp. II: Reologichni tila z zagalnym zakonom liniynogo deformuvannja. K., 1970. 132 s.*
5. Beljankin F. P., Yacenko V. F. *Deformativnost I soprotivljaemost. : AN USSR, 1957. 199 s.*
6. Sokolovskyy Ya. , Storoshuk O. *Determination of the Non-isotropic Elastic Features for Wood by an Ultrasonic Method. 57th SWST Convention of Society of Wood Science and Technology. Zvolen, Slovakia, 2014. P. 178-187.*
7. Malmajster A. K., Tamusch V.P., Temers G.A. *Soprotivleniye polimernykh i kompositnykh materialov. Riga: Zinatie, 1980. 572 s.*
8. Niemz P., Caduff D. *Research into determination of the Poisson ratio of spruce wood. Holz Roh Werkst. 2008. 66(1): 1-4.*
9. Mozcharovskyy N.S., Kochalovskaya N.E. *Metody i algoritmy reseniya krayevykh zadach. K. Vysha shkola, 1981. 287 s.*
10. Sokolovskyy Ya. I. , Poberejko B.P. *Vyznachennja vjzskoprushnykh vlastyvostej u derevyni v procesi sushinnja. Naukovyj visnyk UkrDLTU Ukrainy : zb. nauk.-texn. prac. Lviv, 1997. Vyp. 7. S. 121-125.*