

**Довбня Н.П.,  
Бондаренко Л.Н.,  
Бобырь Д.В.**

Дніпропетровський національний  
університет залізничного транспорту  
ім. академіка В. Лазаряна,  
м. Дніпро, Україна  
E-mail: dmitrob@ua.fm

## О ВЕЛИЧИНЕ ГИСТЕРЕЗИСНЫХ ПОТЕРЬ В СОПРОТИВЛЕНИИ КАЧЕНИЮ КОЛЕС ПОДВИЖНОГО СОСТАВА

УДК 629.42

Определены аналитические зависимости коэффициента трения качения, содержащие общепринятые механические константы материалов и размеры, включающие коэффициент гистерезисных потерь и экспериментальную величину удельного сопротивления колес подвижного состава. Выявлено, что коэффициент гистерезисных потерь изменяется от нуля до единицы при старом рельсе, а при новом имеет наибольшее значение, а также, что сопротивление качению колес подвижного состава при новых рельсах примерно в два раза выше, чем при старых.

**Ключевые слова:** гистерезисные потери, сопротивление качению, подвижной состав, удельное сопротивление качению, коэффициент трения качения

### Постановка задачи

В учебниках по подвижному составу указывается на то, что многообразие факторов, влияющих на величину сопротивления затрудняет теоретическое определение его величины. Поэтому «Правила тяговых расчетов» (ПТР) предусматривают расчеты по эмпирическим зависимостям для средних эксплуатационных условий в зависимости от скорости, массы, типе и режиме работы подвижного состава [1 - 3].

Рекомендуемые формулы по определению сопротивления движению дают возможность определить его величину только задавшись наперед типом подвижного состава лишая конструктора возможности принимать участие в выборе материалов, схем контакта, размеров и других величин, приводящих к уменьшению сопротивления качению. С учетом, что около 10 % мощности тепловоза расходуется на преодоление сопротивления качению колес, а с учетом сопротивлений в буксах эта величина составляет около 20 %, необходимо предложить аналитическую зависимость для определения сопротивления качению с учетом затрат на гистерезисные потери с использованием экспериментальной величины удельного сопротивления качению.

Это позволит выделить из эмпирической формулы одну из составляющих сопротивления и облегчить аналитическое определение других.

### Цель и постановка задачи

Используя аналитическую зависимость для определения коэффициента трения качения, включающую коэффициент гистерезисных потерь и экспериментальную величину удельного сопротивления колес подвижного состава, найти аналитическую зависимость для определения коэффициента трения качения, содержащую общепринятые механические константы материалов и размеры.

### Изложение материалов исследований

До решения Г. Герцем (1881 - 1882 г.г.) основных задач о контактных напряжениях и деформациях методом теории упругости было предложено было предложено много зависимостей по определению сопротивлений качению. Но все они носили эмпирический характер, содержали по несколько коэффициентов и диаметров тел качения в разных показателях степени.

Впервые с использованием теории Герца зависимость для определения коэффициента трения качения получил Табор [4]. Он определил величину работы совершаемой давлением на переднюю половину области контакта, а на задней половине величину упругой энергии, считая частично рассеянной из-за гистерезиса и, найдя величину момента, необходимого для поддержания движения, показал, что коэффициент трения качения определяется следующими выражениями:

- при линейном контакте:

$$k = \frac{2b}{3\pi} \alpha ; \quad (1)$$

- при точечном контакте:

$$k = \frac{3b}{16} \alpha , \quad (2)$$

где  $b$  – полуширина пятна контакта;

$\alpha$  – коэффициент гистерезисных потерь.

Сначала рассмотрим точечный контакт (новый рельс).

Полуширина пятна контакта при условии равенства модулей упругости материалов колеса и рельса, коэффициенте Пуассона равном 0,3, радиусе колеса  $R_k$ , радиусе закругления головки рельса  $R_p$  [3]:

$$b = m^3 \sqrt{\frac{3(1-\mu^2)PR_kR_p}{E(R_k + R_p)}}, \quad (3)$$

где  $m$  – коэффициент, зависящий от радиусов  $R_p$  и  $R_k$ .

Примем, позаимствовав из [3], величины:  $R_k = 1050$  мм;  $R_p = 300$  мм, нагрузку от колеса на рельс  $P = 100$  кН;  $E = 2,1 \cdot 10^5$  МПа. При этих величинах  $b = 7,65$  мм.

Коэффициент трения качения чисто аналитически, из-за присутствия в формуле (2) коэффициента гистерезисных потерь, даже при известной величине полуширина пятна контакта определить вряд ли возможно. Приводимая в литературе [2] величина удельного сопротивления при качении подвижного состава  $\omega_{кч} = 0,3 \dots 0,4$  Н/кН вызывает сомнение поскольку при  $\alpha = 1$  (коэффициент  $\alpha$  мало отличается от единицы [5]) и  $b = 7,65$  мм  $k = 1,434$  мм и ему соответствует сопротивление качению этого колеса  $W_0 = 273$  Н вместо  $W_0 = 30 \dots 40$  Н согласно рекомендуемого отношения. Из таблицы основных удельных сопротивлений  $\omega_{кч}$  [3] получить формулу для определения  $k$  также невозможно поскольку оно включает и трение в буксах колес.

Разделить сопротивления от качения колес и трения в буксах можно воспользовавшись экспериментальными величинами коэффициента трения качения для крановых колес близких по конструкции и нагрузкам к колесам подвижного состава. Для крановых колес при  $D_k = 1000$  мм рекомендуется коэффициент трения качения  $k = 1,2$  мм.

Найдем величину удельного сопротивления от качения колеса и трения в буксах:

$$\begin{aligned} \omega_{кчб} &= \frac{\mu d + 2k}{D_k} = \frac{0,017 \cdot 180 + 2 \cdot 1,434}{1050} = \omega_{бк} + \omega_{кч} = \\ &= 0,00291 + 0,00273 = 0,00564, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\mu$  – коэффициент трения подшипников букс, приведенный к цапфе колеса (при роликовых подшипниках  $\mu = 0,015 \dots 0,020$  [6]);

$d = (0,15 \dots 0,20)D_k$  – диаметр цапфы.

Из зависимости (4) видно, что удельное сопротивление качению колеса с учетом гистерезисных потерь практически равно величине, приходящейся на трение в буксах.

Отметим, что в кранах при  $D_k = 1$  м применяются крановые рельсы КР-120 или КР-140 с радиусами закругления  $R_p = 500$  мм и  $R_p = 700$  мм. Напряжения в рельсе Р-43 при  $P = 100$  кН составляет  $\sigma = 786$  МПа, а для крановых рельсов соответственно 640 и 860 МПа. Поскольку средняя величина двух последних значений равна напряжению в рельсе Р-43, то будем считать коэффициент трения качения равным экспериментальной величине для рельса Р-43, т.е.  $k = 1,2$  мм.

Средняя величина коэффициента трения для крановых рельсов  $k_{ср} = 1,32$  мм.

Естественно, что экспериментальная величина коэффициента трения качения  $k = 1,2$  мм получена с учетом коэффициента гистерезисных потерь  $\alpha$ .

Коэффициент гистерезисных потерь для рельса Р-43 найдем из соотношения:

$$\frac{3b_{ср}}{16} \alpha = \frac{3(6,87 + 7,23)}{2 \cdot 16} = 1,2, \quad (5)$$

откуда  $\alpha = 0,91$ .

Отметим, что при  $\alpha = 0$  фронтальная и тыльная стороны эпюры давлений совершенно идентичны, а при  $\alpha = 1$  тыльная сторона эпюры отсутствует, а фронтальная представляет собой параболический полусегмент с расстоянием до центра тяжести равном  $3b/16$ .

Естественно необходимо найти аналитическую зависимость для определения коэффициента гистерезисных потерь сначала для точечного контакта.

Обычно для учета процесса затухания вводится или возникает при решении задачи экспонента с показателем времени и коэффициента пропорциональности. Поскольку коэффициент трения качения не зависит от скорости, то время отбросим, а коэффициент пропорциональности заменим радиусом колеса зависящим от механических констант и каким-либо вспомогательным коэффициентом, влияющим на величину  $\alpha$ . Путем численных подстановок установлено, что для рельс типа Р

$$\alpha = e^{-0,2R_k}, \quad (6)$$

где  $R_k$  подставляется в метрах.

Выше было доказано, что рекомендуемая величина удельного сопротивления качению колеса  $\omega = 0,3 \dots 0,4$  Н/кН является заниженной, поэтому воспользуемся приведенным здесь же в [2] величиной основного удельного сопротивления  $\omega = 1,9 + 0,01V + 0,000V^2$  Н/кН. Поскольку сопротивление качению не зависит от скорости, то можно предположить, что коэффициент 1,9 относится к сопротивлению качения, гистерезисным потерям пути и трению гребней.

С учетом гистерезисных потерь на тыльной стороне контакта коэффициент трения качения:

$$k = \frac{3}{16} b \alpha = \frac{3}{16} \cdot 7,65 \cdot 0,90 = 1,29 \text{ мм.} \quad (7)$$

Удельное сопротивление (4) с учетом  $\alpha$   $\omega_{кч} = 0,0054$ , что при  $P = 100$  кН соответствует сопротивлению качения 540 Н и удельному сопротивлению 5,40 Н/кН. Отметим, что для мостового крана грузоподъемностью  $Q = 125$  кН и весом  $G = 230$  кН удельное сопротивление 9,1 н/кН.

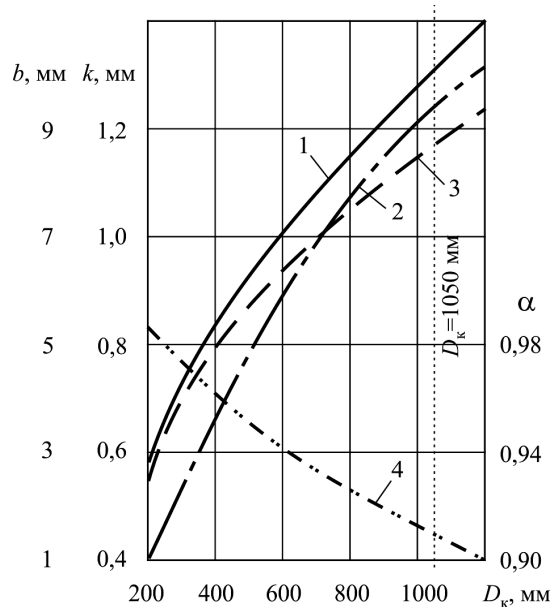


Рис. 1 – Зависимость от диаметра ходового колеса:

- 1 – коэффициента трения качения без учета гистерезисных потерь;
- 2 – то же с учетом;
- 3 – то же экспериментальные величины для крановых колес;
- 4 – величины гистерезисных потерь

Кроме выражений (1) и (2), определяющих аналитически коэффициенты трения качения, в [7] приведены такие зависимости:  $k = 0,22b$  и  $k = 0,1b$ . Если первое отношение хорошо согласуется с (1) при  $\alpha = 1$ , то второе почти в два раза меньше.

Что при  $\alpha \approx 1$ , во всяком случае при  $D_k > 600$  мм видно из рис. 1: при  $D_k = 600$  мм экспериментальная величина  $k$  отличается от величины, полученной по предлагаемой зависимости примерно на 10 %, что для такого класса задач вполне допустимо.

На рис. 2 показаны эпюры давлений на фронтальной и тыльной сторонах контакта в зависимости от величины коэффициента гистерезисных потерь. Предполагалось, что запаздывание давлений, как и их распределение в зоне сжатия, происходит по параболическому закону и определяется как

$$\sigma_y = \sigma_{\max} (1 - e^{-0,2R_k}). \quad (8)$$

Полученные результаты относятся к новым рельсам с радиусом закругления  $R_p = 300$  мм. В эксплуатации профиль поверхности катания бандажей начинает приближаться к очертанию головок рельсов и

эллиптическая площадка контакта вырождается в прямоугольную.

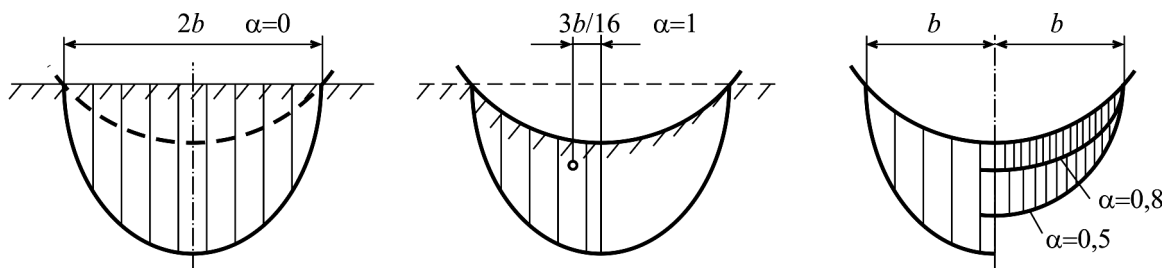


Рис. 2 – Распределение давлений на фронтальной и тыльной сторонах контакта в зависимости от величины коэффициента гистерезисных потерь

Полуширина площадки контакта вдоль рельса определяется при этом формулой, полученной для случая схемы касания «цилиндр - плоскость»:

$$b = 1,526 \sqrt{\frac{PR_k}{BE}}, \quad (9)$$

где  $B$  – ширина площадки контакта изношенных бандажей и рельсов, принимаемая равной середине значений,  $B = 35$  мм;

а контактные напряжения для этого случая:

$$\sigma = 0,418 \sqrt{\frac{PE}{BR}}. \quad (10)$$

Определив напряжения для новых рельсов [2] и по формуле (10) получим, что они отличаются в 1,76 раза, что соответствует отношению при точечном и линейном контактах, можно заключить исходя из практически линейной зависимости между напряжениями и экспонентой, что вместо величины экспоненты (6) при новом рельсе для старого эта величина будет  $e^{-1,2R_k}$ .

Таким образом, при старом рельсе коэффициент трения качения определится из выражения:

$$k = \frac{2b}{3\pi} e^{-1,2R_k}, \quad (11)$$

а при новом рельсе:

$$k = \frac{3b}{16} e^{-0,2R_k}. \quad (12)$$

### Выводы

Анализ полученных зависимостей и графиков на рис. 1 и рис. 2 позволяет сделать следующие выводы и предложения:

- коэффициент гистерезисных потерь изменяется от нуля до единицы при реальной величине  $\alpha \approx 0,5$  (старый рельс) и  $\alpha \approx 0,9$  (новый рельс) при диаметре колеса 1050 мм;
- сопротивление качению колес подвижного состава при новых рельсах примерно в два раза выше, чем при старых и это обстоятельство необходимо учитывать при выборе локомотива;
- относительное сопротивление движению составляет  $\omega = 5,4$  Н/кН при старых и  $\omega = 3,2$  Н/кН при новых рельсах.

### Литература

1. Правила тяговых расчетов для поездной работы / П. Т. Грибенюк и др. – М.: Транспорт, 1985. – 287 с.
2. Подвижной состав и тяга поездов / А. П. Третьяков, В. В. Деев, А. А. Перова и др. – М.: Транспорт, 1979. – 368 с.
3. Конструкция и динамика тепловозов: Учебник / В. Н. Иванов и др. – М.: Транспорт, 1974. – 336 с.
4. Tabor D. The mechanism of rolling friction: the elastic range. – Proc. Roy. Soc., 1955. – P.198.
5. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия. – М.: Мир, 1989. – 510 с.
6. Справочник по кранам: в 2-х т. Т. 2 / Александров М. П. и др. – Л.: Машиностроение, 1988. – 559 с.
7. Ковальский Б. С. Вопросы передвижения мостовых кранов. – Луганск: Изд-во ВНУ, 200. – 63 с.

Поступила в редакцию 30.01.2017

Dovbnya N.P., Bondarenko L.N, Bobyr D.V. **Of the magnitude of hysteresis losses in rolling resistance wheels rolling stock.**

Determined according to the analytical rolling friction coefficient, containing conventional mechanical-cal constants of materials and sizes, including hysteresis loss factor and experimental were rank-resistivity rolling wheels. It is revealed that the coefficient of hysteresis loss varies from zero to unity when the old rails, and with the new has the greatest value, and also that the rolling resistance of the wheels rolling under the new rails is approximately twice higher than the old ones.

**Key words:** hysteresis loss, rolling resistance, rolling, rolling resistivity, the coefficient of rolling friction.

### References

1. Pravila tyagovyih raschetov dlya poezdnoy raboty. Gribenyuk P. T. I dr. M. Transport, 1985. 287 s.
2. Podvizhnoy sostav i tyaga poezdov. Tretyakov A. P., Deev V. V., Perova A. A. i dr. M. Transport, 1979. 368 s.
3. Konstruktsiya i dinamika teplovozov: Uchebnik. Ivanov V. N. i dr. M.: Transport, 1974. 336 s.
4. Tabor D. The mechanism of rolling friction: the elastic range. Proc. Roy. Soc., 1955. P.198.
5. Dzhonson K. Mehanika kontaktnogo vzaimodeystviya. M. Mir, 1989. 510 s.
6. Spravochnik po kranam: v 2-h t. T. 2. Aleksandrov M. P. i dr. L. Mashinostroenie, 1988. 559 s.
7. Kovalskiy B. S. Voprosy peredvizheniya mostovyih kranov. Lugansk Izd-vo VNU, 200. 63 s.