

**Чернець М.В.,
Чернець Ю.М.**

Люблінський політехнічний інститут,
м. Люблін, Польща

ВПЛИВ ШИРИНИ КОЛІС У ЦИЛІНДРИЧНІЙ ПЕРЕДАЧІ З ВИСОТНИМ КОРИГУВАННЯМ ЗАЧЕПЛЕННЯ НА КОНТАКТНІ ТИСКИ І ДОВГОВІЧНІСТЬ

УДК 539.3: 539.538: 539.621

З використанням авторського методу розрахунку довговічності зубчастих передач з висотним коригуванням зачеплення проведено дослідження впливу ширини коліс та кута нахилу зубів на максимальні контактні тиски і довговічність циліндричних передач за змінних умов контакту зубів внаслідок їх зношування. Встановлено, що близькі за величиною найвищі максимальні контактні тиски виникають на вході зубів у зачеплення і в зоні зміни його парності як у прямозубих, так і косозубих передачах. У прямозубих передачах буде дво – одно – двопарне зачеплення зубів для усього діапазону зміни ширини коліс. Натомість у косозубих передачах із зростанням ширини коліс відбувається зміна парності зачеплення дво – одно – двопарного на три – дво – трипарне. Відповідно ці фактори впливають на зниження до 1,5 раза рівня початкових максимальних контактних тисків та збільшення довговічності некоригованих косозубих передач до 3,8 раза у порівнянні з прямозубими передачами. Коригування зачеплення призводить до зниження максимальних контактних тисків, внаслідок чого зростає довговічність передач. Встановлено, що існують оптимальні величини коефіцієнтів зміщення, при яких довговічність передач буде найвищою у порівнянні з некоригованим зачепленням. Отримані результати подано графічно, що унаочнює закономірності впливу ширини коліс, кута нахилу зубів та умов зачеплення на досліджувані триботехнічні характеристики.

Ключові слова: циліндрична евольвентна передача, висотна корекція зубів, ширина коліс, кут нахилу зубів, максимальний контактний тиск, довговічність передачі

Вступ

Підвищення несівної здатності циліндричних передач і, відповідно, їх довговічності в інженерній практиці здійснюється шляхом використання косозубого зачеплення, збільшення ширини коліс та коригуванням зачеплення. Відомо, однак, що при зростанні кута нахилу зубів зростає осьове зусилля і тому його значення, як правило, є в межах $8 \dots 15^\circ$ і лише зрідка сягає 20° . Стосовно ширини коліс, то її зміна може бути достатньо значною – (0,2 ... 1,4) діляльного діаметра шестерні – і залежить від розташування коліс відносно опор (симетричне, несиметричне, консольне) та твердості зубів. У літературі відсутні результати дослідження за відомими методами [1 - 11], де використовується закон абразивного зношування Архарда, впливу ширини коліс і кута нахилу зубів циліндричної передачі на максимальні контактні тиски у зачепленні і довговічність передачі. Результати таких досліджень наведено нижче з використанням авторського методу дослідження зубчастих передач [12 - 14].

Метод розв'язку задачі

Зношування зубів у процесі роботи передачі призводить до збільшення радіусів кривини їх робочих профілів, а це спричиняє зниження початкових максимальних контактних тисків $p_{j\max}$ та ширини площадок контакту $2b_j$ в кожній j -тій точці їх співдотику. Відповідно їх поточні значення $p_{j\max}$ і $2b_{jh}$ розраховуються за модифікованими формулами Герца:

$$p_{j\max} = 0.418 \sqrt{N'\theta / \rho_{jh}}, \quad 2b_{jh} = 2.256 \sqrt{\theta N' \rho_{jh}}, \quad (1)$$

де $j = 0, 1, 2, 3, \dots$ – точки контакту робочих поверхонь зубів;

$N' = N / l_{\min} w$; $N = 9550P / r_1 n_1 \cos \alpha_t$ – сила у зачепленні;

P – потужність на ведучому валі;

l_{\min} – мінімальна довжина контактних ліній у зачепленні;

w – кількість пар зубів, що перебувають одночасно у зачепленні;

$\theta = (1 - \nu_1^2) / E_1 + (1 - \nu_2^2) / E_2$;

E, ν – модулі Юнга та коефіцієнти Пуасона матеріалів зубчастих коліс;

n_1 – кількість обертів шестерні;

α_t – торцевий кут зачеплення;

$\rho_{jh} = \frac{\rho_{1jh}\rho_{2jh}}{\rho_{1jh} + \rho_{2jh}}$ – змінний внаслідок зношування зведений радіус кривини профілів зубів у нормальному перерізі;

ρ_{1jh}, ρ_{2jh} – відповідно, змінні радіуси кривин профілів зубів шестерні і колеса.

В процесі роботи зубчастої передачі внаслідок зношування зубів початкові радіуси кривин ρ_{1j}, ρ_{2j} їх робочих профілів та, відповідно, зведений радіус кривини ρ_j зростатимуть. У роботах [12, 13] запропоновано методики врахування зміни вихідних радіусів кривини зубів при їх зношуванні.

Радіуси кривини профілю косих зубів (зведений, шестерні, колеса) визначаються за формулами:

$$\rho_j = \frac{\rho_{1j}\rho_{2j}}{\rho_{1j} + \rho_{2j}}, \quad \rho_{1j} = \frac{\rho_{t1j}}{\cos\beta_b}, \quad \rho_{2j} = \frac{\rho_{t2j}}{\cos\beta_b}, \quad (2)$$

де $\beta_b = \arcsin(\operatorname{tg}\beta \cos\alpha_t)$, $\alpha_t = \arctg\left(\frac{\operatorname{tg}\alpha}{\cos\beta}\right)$;

$$\rho_{t1j} = r_{b1}\operatorname{tg}\alpha_{t1j}, \quad \rho_{t2j} = r_2\sqrt{\left(r_{2j}/r_2\right)^2 - \cos^2\alpha_t};$$

$$\alpha_{t1j} = \arctg(\operatorname{tg}\alpha_{t10} + j\Delta\varphi), \quad \alpha_{t2j} = \arccos\left[\left(r_2/r_{2j}\right)\cos\alpha\right];$$

$$r_{b1} = r_1 \cos\alpha_t, \quad r_1 = mz_1/2 \cos\beta, \quad r_{b2} = r_2 \cos\alpha_t, \quad r_2 = mz_2/2 \cos\beta;$$

$$\operatorname{tg}\alpha_{t10} = (1+u)\operatorname{tg}\alpha_t - \frac{u}{\cos\alpha_t}\sqrt{\left(r_{20}/r_2\right)^2 - \cos^2\alpha_t}, \quad r_{a2} = r_2 + m, \quad r_{20} = r_{a2} - r, \quad r = 0,2m,$$

$$r_{2j} = \sqrt{a_w^2 + r_{1j}^2 - 2a_w r_{1j} \cos(\alpha_t - \alpha_{t1j})}, \quad r_{1j} = r_1 \cos\alpha_t / \cos\alpha_{t1j}, \quad a_w = (z_1 + z_2)m / 2 \cos\beta,$$

β – кут нахилу зубів;

$\alpha = 20^\circ$ – кут зачеплення;

r_1, r_2 – відповідно радіуси ділільних кіл шестерні і колеса;

r – радіус заокруглення вершин зубів;

$\Delta\varphi$ – кут повороту (вибраний) зубів шестерні з точки початкового контакту (т.0) в точку 1 і т. д.;

u – передаточне відношення передачі;

m – модуль зачеплення;

z_1, z_2 – числа зубів коліс.

Мінімальна довжина лінії контакту:

$$l_{\min} = \frac{b_w \varepsilon_\alpha}{\cos\beta_b} \left[1 - \frac{(1-n_\alpha)(1-n_\beta)}{\varepsilon_\alpha \varepsilon_\beta} \right] \text{ при } n_\alpha + n_\beta > 1, \quad l_{\min} = \frac{b_w \varepsilon_\alpha}{\cos\beta_b} \left[1 - \frac{n_\alpha n_\beta}{\varepsilon_\alpha \varepsilon_\beta} \right] \text{ при } n_\alpha + n_\beta \leq 1, \quad (3)$$

де b_w – ширина шестерні;

$\varepsilon_\alpha, \varepsilon_\beta$ – відповідно коефіцієнти торцевого і покрового перекриття передачі;

n_α, n_β – дробові частини вказаних коефіцієнтів перекриття;

$$\varepsilon_\alpha = \frac{t_1 + t_2}{t_z}, \quad \varepsilon_\beta = \frac{b_w \sin\beta}{\pi m}, \quad \varepsilon_\gamma = \varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta, \quad t_1 = \frac{e_1}{\omega_1 r_{b1}}, \quad t_2 = \frac{e_2}{\omega_1 r_{b1}}, \quad t_z = \frac{2\pi}{z_1 \omega_1},$$

$$e_1 = \sqrt{r_{1s}^2 - r_{b1}^2} - r_1 \sin\alpha_t, \quad e_2 = \sqrt{r_{20}^2 - r_{b2}^2} - r_2 \sin\alpha_t, \quad r_{1s} = r_{a1} - r, \quad r_{a1} = r_1 + m.$$

Кути переходу від двопарного ($\Delta\varphi_{1F_2}$) до однопарного і знову двопарного ($\Delta\varphi_{1F_1}$) зачеплення та кут виходу $\Delta\varphi_{1E}$ зубів із зачеплення у циліндричній косозубій передачі розраховуються згідно [14].

$$\Delta\varphi_{1F_2} = \varphi_{10} - \varphi_{1F_2}, \quad \Delta\varphi_{1F_1} = \varphi_{10} + \varphi_{1F_1}; \quad (4)$$

де $\varphi_{1F_2} = \operatorname{tg}\alpha_{F_2} - \operatorname{tg}\alpha_t$, $\varphi_{1F_1} = \operatorname{tg}\alpha_{F_1} - \operatorname{tg}\alpha_t$, $\varphi_{10} = \operatorname{tg}\alpha_{t10} - \operatorname{tg}\alpha_t$;

$$\operatorname{tg} \alpha_{F_2} = \frac{r_1 \sin \alpha_t - (p_b - e_1) + 0.5 p_b n_\beta}{r_1 \cos \alpha}, \quad \operatorname{tg} \alpha_{F_1} = \frac{r_1 \sin \alpha_t - (p_b - e_2) - 0.5 p_b n_\beta}{r_1 \cos \alpha};$$

$$p_b = \pi m \cos \alpha_t / \cos \beta - \text{крок.}$$

Кут виходу $\Delta \varphi_{1E}$ зубів із зачеплення встановлюється подібно як вище так:

$$\Delta \varphi_{1E} = \varphi_{10} + \varphi_{1E}, \quad (5)$$

де $\varphi_{1E} = \operatorname{tg} \alpha_E - \operatorname{tg} \alpha_t$, $\alpha_E = \arccos(r_{b1} / r_{1s})$.

В більш складному випадку при три-дво-трипарному зачепленні

$$\operatorname{tg} \alpha_{F_2} = \frac{r_1 \sin \alpha_t - (p_b - e_1) + 0.5 p_b (\varepsilon_\beta - 1)}{r_1 \cos \alpha}, \quad \operatorname{tg} \alpha_{F_1} = \frac{r_1 \sin \alpha_t - (p_b - e_2) - 0.5 p_b (\varepsilon_\beta - 1)}{r_1 \cos \alpha}, \quad (6)$$

а при чотири - три - чотиріпарному зачепленні у (6) буде $(\varepsilon_\beta - 2)$.

Одиничне лінійне зношування h'_{kjm} зубів в оберті у довільній точці j робочої поверхні знаходиться за формулою

$$h'_{kjm} = \frac{v_j t'_{jh} (fp_{jh \max})^{m_k}}{C_k (0.35 \sigma_B)^{m_k}}, \quad (7)$$

де $t'_{jh} = 2b_{jh} / v_0$ – час зношування зубів протягом переміщення j -тої точки їх співдотику по контуру зуба на змінну внаслідок зношування ширину площадки контакту $2b_{jh}$;

$v_0 = \omega_1 r_1 \sin \alpha_t$ – швидкість переміщення точки контакту по контуру зуба;

ω_1 – кутова швидкість шестерні;

v_j – швидкість ковзання;

f – коефіцієнт тертя ковзання;

C_k, m_k – характеристики зносостійкості матеріалів зубчастих коліс для вибраних умов [12];

σ_B – границя міцності матеріалів коліс на розтяг.

Швидкість ковзання обчислюється за співвідношенням:

$$v_j = \omega_1 r_{b1} (\operatorname{tg} \alpha_{t1j} - \operatorname{tg} \alpha_{t2j}), \quad (8)$$

де $r_{b1} = r_1 \cos \alpha_t$, α_{t1j} , α_{t2j} – згідно [13].

Для зменшення тривалості обчислень використано розроблену блокову схему розрахунку, при якій не розглядається зміна радіусів кривин профілів зубів, їх зведеного радіуса кривини, максимальних контактних тисків, ширини площадки контакту після кожного оберту (циклу зачеплення), а після певної кількості обертів (блоку взаємодій). У блоці розрахунок ведеться за лінійним методом накопичення, тобто за постійних вихідних умов. В наступному блоці обчислень накопичені зміни враховуються і за новими постійними умовами обчислення вищевказаних параметрів продовжуються.

Для прийнятої кількості обертів n_{1s} шестерні і n_{2s} колеса, яким відповідатиме відповідна кількість блоків, сумарне зношування h_{1jn} та h_{2jn} зубів в j -их точках контакту обчислюється так:

$$h_{1jn} = \sum_1^{n_{1s}} h_{1jB}, \quad h_{2jn} = \sum_1^{n_{2s}} h_{2jB}, \quad (9)$$

де $n_{2s} = n_{1s} / u$;

$h_{kjB} = \sum h'_{kj}$ – зношування зубів в кожному блоці.

При врахуванні зміни початкових контактних тисків $p_{j \max}$ внаслідок зношування зубів тривалість роботи передачі t для заданої кількості обертів n_{1s} чи n_{2s} коліс знаходиться наступним чином:

$$t = n_{1s} / 60n_1 = n_{2s} / 60n_2. \quad (10)$$

У спрощеному випадку при незмінних вихідних умовах, зокрема початкових контактних тисках $p_{j\max} = \text{const}$, ресурс t_* передачі для заданого допустимого зношування h_{k*} зубів знаходиться так:

$$t_* = h_{k*} / \bar{h}_{kj}, \quad (11)$$

де $\bar{h}_{kj} = 60n_k h'_{kj}$ - лінійне зношування зубів у вибраних точках j робочої поверхні протягом однієї години роботи передачі; мінімальний ресурс $t_{*\min}$ буде для найбільшого із зношувань \bar{h}_{kj} зубів.

Для передач із висотним коригуванням зачеплення слід врахувати, що

$$r_{a1} = r_1 + x_1 m, \quad r_{a2} = r + x_2 m, \quad (12)$$

де $x_1 = -x_2$ - коефіцієнти корекції.

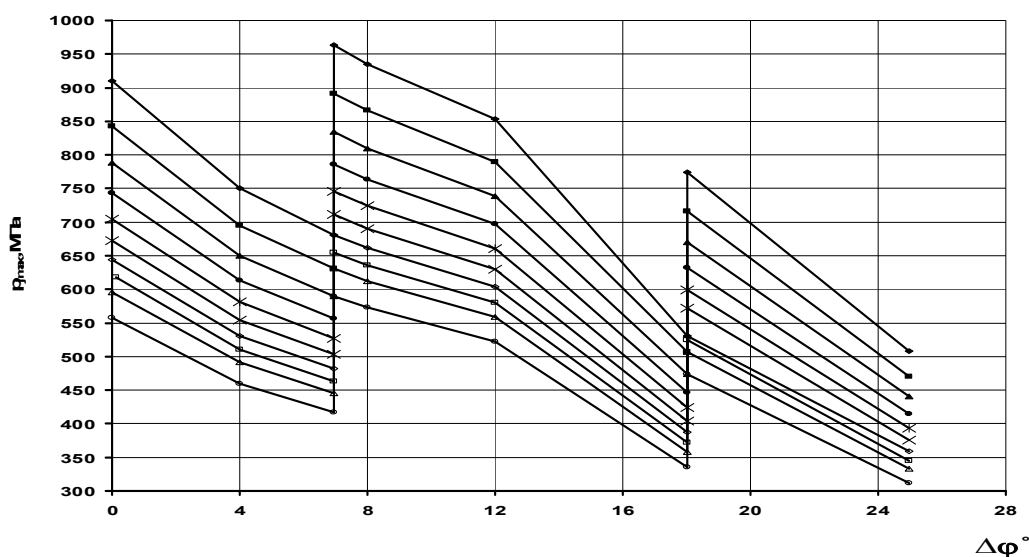
Усі інші параметри будуть, як у випадку відсутності корекції.

Числовий розв'язок задачі

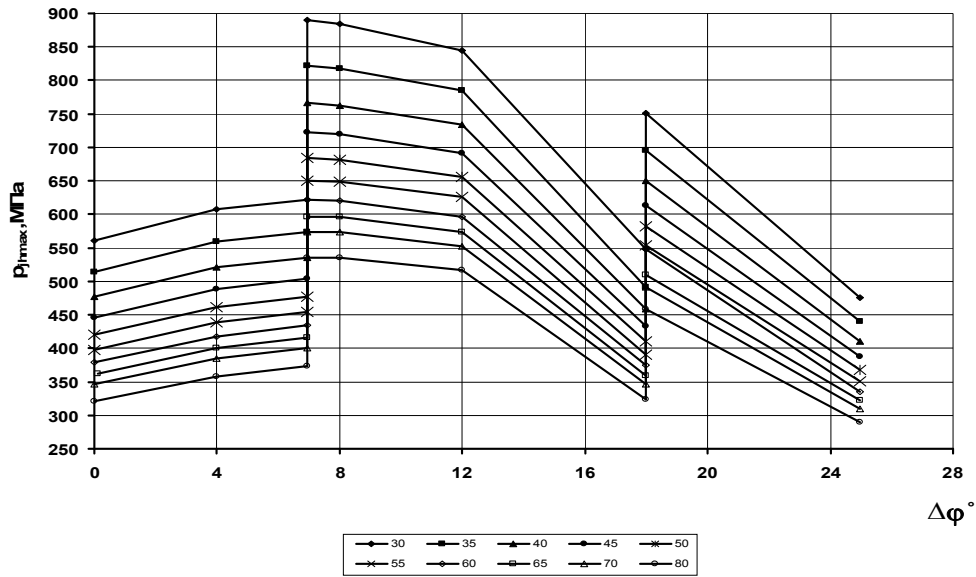
Його проведено при таких даних: $z_1 = 20$; $b_W = 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 80$ мм; $P = 5$ кВт; $K_g = 1.6$; $m = 3$ мм; $u = 4$; $n_1 = 700$ об/хв; $\beta = 0^0, 10^0$; $\Delta\varphi = 4^0$; $h_* = 0.5$ мм - допустиме зношування зубів; мащення - осьова олива з 3% протизношувальної присадки з кінематичною в'язкістю $\nu_{+50^0} \approx 15$ сСт; $f = 0.05$; $x_1 = -x_2 = 0, 0.2, 0.4, 0.6$; матеріали коліс: шестерня - сталь 38ХМЮА, азотована на глибину 0.4 ... 0.5 мм, НВ 600; $\sigma_B = 1040$ МПа, $C_1 = 3.9 \cdot 10^6$, $m_1 = 2$; колесо - сталь 40Х, об'ємне гартування, НВ 341; $\sigma_B = 981$ МПа, $C_2 = 0.17 \cdot 10^6$, $m_2 = 2.5$; $E = 2.1 \cdot 10^5$ МПа, $\nu = 0.3$. Результати подано на рис. 1 - 3.

Зокрема на рис. 1, а, 2, а наведено зміну початкових максимальних контактних тисків $p_{j\max}$ протягом циклу зачеплення зубів для різної ширини коліс, а на рис. 1, б, 2, б - їх трансформацію $p_{jh\max}$ внаслідок зношування зубів до допустимої величини $h_* = 0.5$ мм. Відповідно на рис. 1 подано результати для прямозубої передачі, де буде дво - одно - двопарне зачеплення зубів, а на рис. 2 - для косозубої передачі, де при $b_W = 30$ мм буде дво - одно - двопарне та при $b_W = 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 80$ мм - три - дво - трипарне зачеплення.

Найбільші початкові максимальні контактні тиски виникають на вході в однопарне зачеплення, хоча близькими до них є тиски і на вході у двопарне зачеплення. Натомість внаслідок зношування зубів майже вдвічі знижуються контактні тиски на вході в двопарне зачеплення. Зміна тисків на вході в однопарне зачеплення є незначною і тому вони значно перевищуватимуть тиски в лівій області двопарного зачеплення.



а

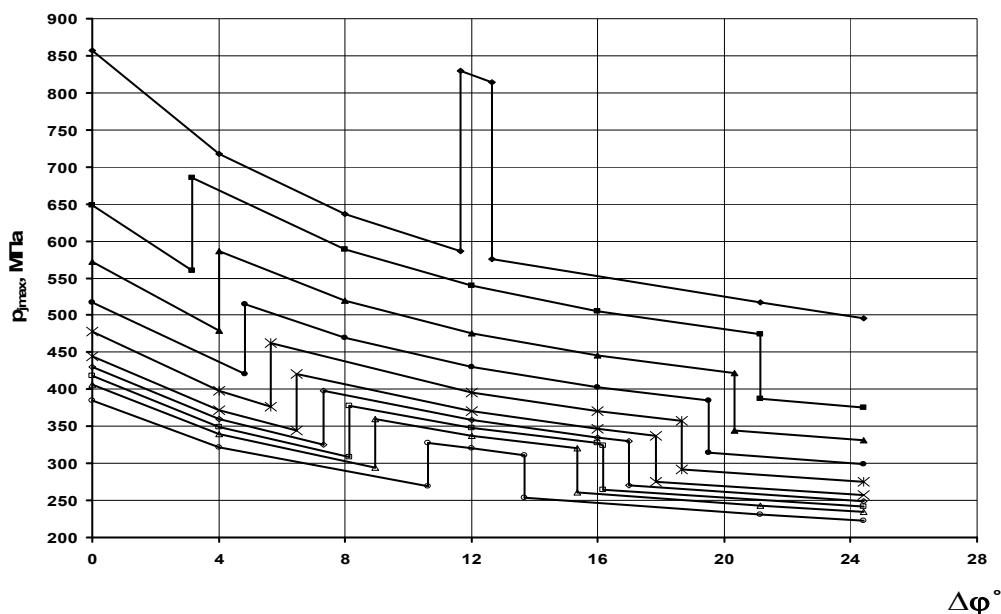


б

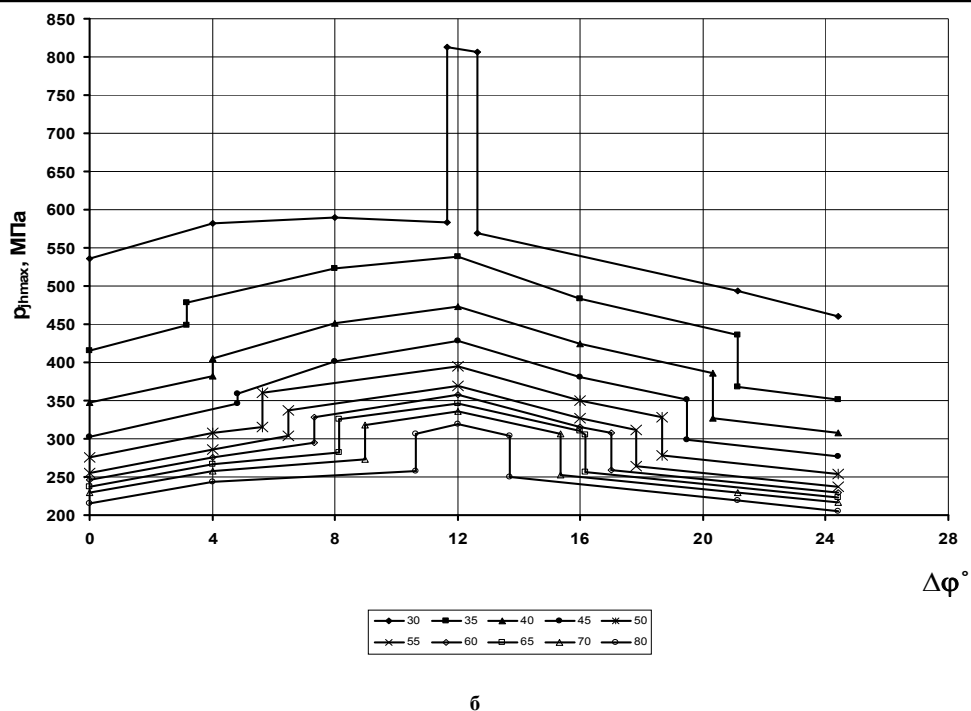
Рис. 1 – Вплив ширини прямозубих коліс на максимальні контактні тиски та їх зміну: зліва і справа – області двопарного зачеплення, по середині – область однопарного зачеплення

У косозубій передачі розподіл початкових максимальних контактних тисків $p_{j\max}$ впродовж інтеракції зубів у зачепленні є відмінним від прямозубої передачі (рис. 2, а).

Рівень тисків також є значно нижчим оскільки тут реалізується три - дво - трипарне зачеплення (за винятком коліс з $b_w = 30$ мм з дво – одно – двопарним зачепленням). При зростанні ширини коліс збільшується коефіцієнт ε_β покровкового перекриття передачі і зростають області трипарного зачеплення зубів, що спричиняє зниженню величин $p_{j\max}$. У результаті зношування зубів контактні тиски зазнають суттєвого зменшення на вході у трипарне зачеплення. Значне (1,4 ... 1,5 рази) зниження початкових контактних тисків $p_{j\max}$ в порівнянні з прямозубими передачами тієї ж ширини зумовлене не лише наявністю косозубого зачеплення, а й зміною числа пар зубів у зачепленні.



а



6

Рис. 2 – Вплив ширини косозубих коліс на максимальні контактні тиски та їх зміну: зліва і справа – області трипарного зачеплення, посередині – область двопарного зачеплення

На рис. 3 показано залежність мінімальної довговічності прямозубих передач від ширини зубчастих коліс, де штриховими лініями подано довговічність t_{Bmin} з урахуванням зношування зубів і зниженням p_{jmax} до p_{jhmax} , а суцільними лініями - довговічність t_{min} за умови $p_{jmax} = const$. Вона внаслідок вищевказаних причин буде значно вищою у косозубих передачах – до 3,8 разів.

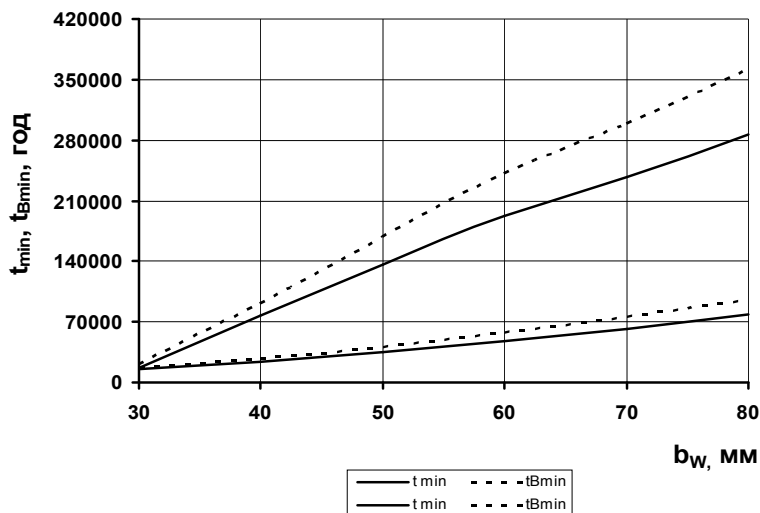


Рис. 3 – Вплив ширини зубчастих коліс на мінімальну довговічність передач: нижні графіки – прямозубі, верхні графіки – косозубі передачі

На рис. 4, 5 показано вплив коригування на мінімальну довговічність передач з різною шириною коліс та кутом нахилу зубів. Зокрема на рис. 4 – для прямозубих, а на рис. 5 – для косозубих передач.

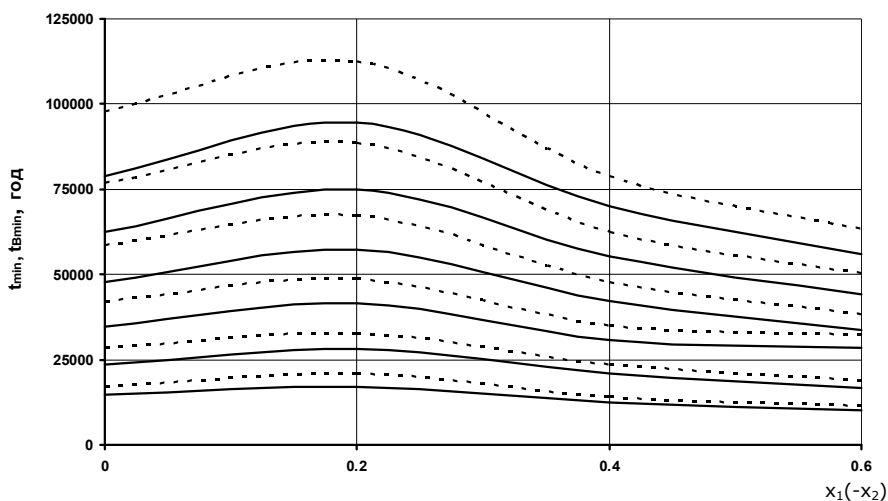


Рис. 4 – Довговічність прямозубих передач з коригованим зачепленням

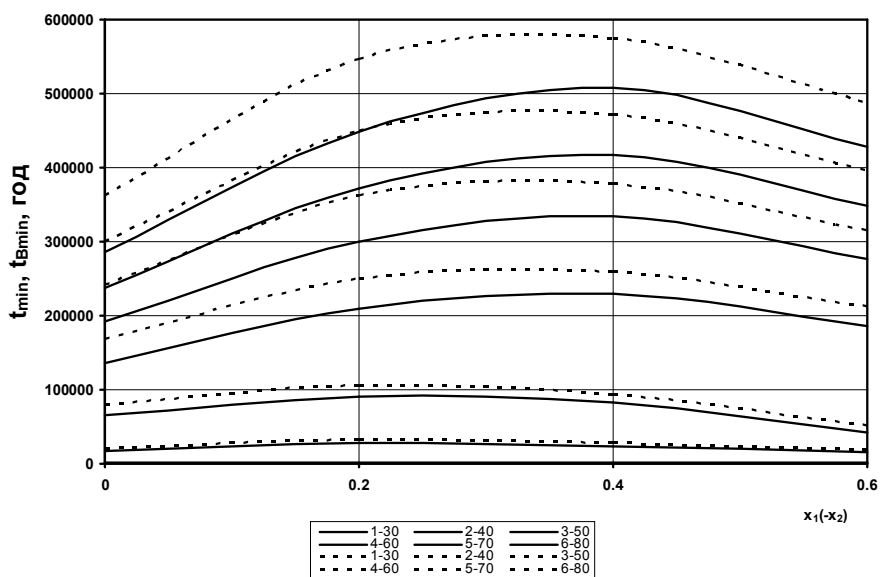


Рис. 5 – Довговічність косозубих передач з коригованим зачепленням

Наведені результати розрахунку свідчать, що існує оптимальне значення коефіцієнтів корекції зубів, при яких довговічність передачі буде найвищою. Для прямозубих передач це буде при $x_1 = -x_2 = 0,2$, а для косозубих - при $x_1 = -x_2 = 0,2; \dots; 0,4$.

Мінімальна довговічність передачі визначається з огляду на те, у яких точках профілю зубів колеса досягається допустиме зношування, що встановлено у результаті розв'язку цієї задачі. У залежності від ширини коліс та кута нахилу зубів це буде у таких характерних точках контакту (таблиця).

Таблиця

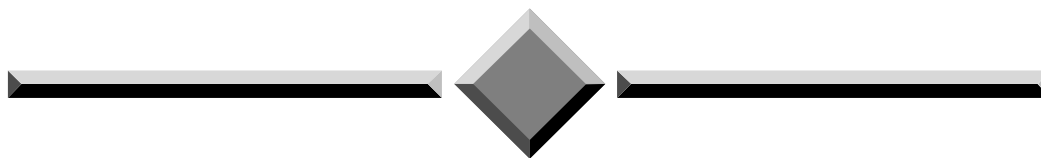
β , град	b_W , мм					
	30	40	50	60	70	80
0 Зачеплення 2 - 1 - 2	Вхід у однопарне зачеплення		Вхід у двопарне зачеплення			
10	Вхід у однопарне (2 - 1 - 2)	Вхід у двопарне (3 - 2 - 3)	Вхід у трипарне зачеплення (3 - 2 - 3)			

Авторський метод розрахунку триботехнічних характеристик зубчастих передач дозволяє ефективно провести їх оцінку і застосувати її результати в інженерній практиці при їх проектуванні.

Література

1. Дроздов Ю.Н. К разработке методики расчета на изнашивание и моделирование трения // Износостойкость. – М.: Наука, 1975. – С. 120–135.
2. Проников А. С. Надежность машин. – М.: Машиностроение, 1978. – 590 с.
3. Гриб В. В. Решение триботехнических задач численными методами. – М.: Наука, 1982. – 115 с.
4. Brauer J., Andersson S. Simulation of wear in gears with flank interference – a mixed FE and analytical approach // Wear. – 2003. – № 254. – P. 1216-1232.
5. Flodin A., Andersson S. Simulation of mild wear in spur gears // Wear. - 1997. - № 207 (1-2). – P. 16-23.
6. Flodin A., Andersson S. Wear simulation of spur gears // Tribotest J. – 1999. - № 5 (3). – P. 225-250.
7. Flodin A., Andersson S. Simulation of mild wear in helical gears // Wear. - 2000. - № 241 (2). – P. 123-128.
8. Flodin A., Andersson S. A simplified model for wear prediction in helical gears // Wear. –2001. – № 249 (3-4). – P. 285-292.
9. Kahraman A., Bajpai P., Anderson N.E. Influence of tooth profile deviations on helical gear wear // J. Mech. Des. – 2005. – Vol. 127, Issue 4. – P. 656-663.
10. Kolivand M., Kahraman A. An ease-off based method for loaded tooth contact analysis of hypoid gears having local and global surface deviations // J. Mech. Des. – 2010. – Vol. 132, Issue 7.
11. Pasta A., Mariotti Virzi G. Finite element method analysis of a spur gear with a corrected profile // J. Strain Analysis. – 2007. – Vol.42. – P. 281-292.
12. Чернець М.В., Келбінські Ю., Ярема Р.Я. Узагальнений метод оцінки зношування циліндричних евольвентних зубчастих передач // ФХММ. – 2011. – №1. – С. 44 – 49.
13. Чернець М.В., Ярема Р.Я., Чернець Ю.М. Метод оцінки впливу коригування і зношування зубів евольвентної циліндричної передачі на довговічність та міцність. Ч.1. Довговічність та зношування // ФХММ. – 2012. - № 3. – С. 30-39.
14. Чернець М.В., Чернець Ю.М. Дослідження умов зачеплення зубів циліндричної евольвентної передачі на контактну міцність, зношування і довговічність. Част. 1. Постійні умови взаємодії у некоригованому зачепленні // Проблеми трибології. – 2014. – №3. – С. 84 – 92.

Поступила в редакцію 16.05.2017



Проблеми трибології
“Problems of Tribology”
E-mail: tribosensor@gmail.com

Chernets M.V., Chernets Yu.M. **Influence of wheels width cylindrical gear on contact pressures and durability.**

With the use of author's calculation method of durability of tooth gears with height engagement correction, it has been conducted the investigation of influence of wheels width and teeth slope angle on maximum contact pressures and durability of cylindrical gears at changeable conditions of teeth contact in the result of their wear. It has been established that close in values the highest maximum contact pressures arise at teeth entrance into engagement and in the zone of its parity change both in spur and helical gears. In spur gears double – single – double tooth engagement would arise for the whole range of wheels width change. Instead, in helical gears with an increase of wheels width engagement parity changes from double – single – double into triple – double – triple. Respectively, these factors influence the decrease of initial maximum contact pressures level up to 1.5 times and the increase of durability of uncorrected helical gears up to 3.8 times in comparison with spur gears. Engagement correction leads to decrease of maximum contact pressures, in the result of which gears durability increases. It has been established that optimum shift coefficients exist, at which gear durability would be the highest as compared with uncorrected engagement. The obtained results are given graphically, that better shows the regularities of wheels width, teeth slope angle and engagement conditions influence on the investigated tribotechnical characteristics.

Key words: involute cylindrical gear, tooth height correction, teeth width, teeth slope angle, maximum contact pressures, tooth wear, gear durability.

References

1. Drozdov Yu.N. K razrabotke metodiki rasczeta na iznasyvanie i modelirovanie trenija. V kn. : Iznosostojkost. M.Nauka, 1975. S. 120-135.
2. Pronikov A.S. Nadezhnost maszyn. M. Maszynostroenije, 1978. 590 s.
3. Hryb V.V. Reszenie trybotehniczeskikh zadacz czislennymi metodami. M.: Nauka, 1982. 112 s.
4. Brauer J., Andersson S. Simulation of wear in gears with flank interference – a mixed FE and analytical approach. Wear. 2003. № 254. P. 1216-1232.
5. Flodin A., Andersson S. Simulation of mild wear in spur gears. Wear. 1997. № 207 (1-2). P. 16-23.
6. Flodin A., Andersson S. Wear simulation of spur gears. Tribotest J. 1999. № 5 (3). P. 225-250.
7. Flodin A., Andersson S. Simulation of mild wear in helical gears. Wear. 2000. № 241 (2). P. 123-128.
8. Flodin A., Andersson S. A simplified model for wear prediction in helical gears. Wear. 2001. № 249 (3-4). P. 285-292.
9. Kahraman A., Bajpai P., Anderson N.E. Influence of tooth profile deviations on helical gear wear. J. Mech. Des. 2005. Vol. 127, Issue 4. P. 656-663.
10. Kolivand M., Kahraman A. An ease-off based method for loaded tooth contact analysis of hypoid gears having local and global surface deviations. J. Mech. Des. 2010. Vol. 132, Issue 7.
11. Pasta A., Mariotti Virzi G. Finite element method analysis of a spur gear with a corrected profile. J. Strain Analysis. 2007. Vol.42. P. 281-292.
12. Chernec M.V., Kielbinski Ju., Jarema R.Ja. Uzahalnenyj metod ocinky znoszuwannja cylindrycznych evolventnyh zubczastyh peredacz. FKHM, №1, 2011. S. 44 – 49.
13. Chernec M.V., Jarema R.Ja., Chernec Yu.M. Metod ocinky vplyvu koryhuvannja i znoszuwannja zubiv evolventnoi cylindrycznoi peredaczi na dovhovicznist ta micnist. Czast. 1. Dohovicznist ta znoszuwannja. FKHM, №3, 2012. S. 30 – 39.
14. Chernec M.V., Chernec Yu.M. Doslidzhennia umov zaczeplennia zubiv cylindrycznoi evolventnoi peredaczi na kontaktnu micnist, znoszuwannja i dovhovicznist. Czast. 1. Postijni umovy vzaiemodiji u nekoryhovanomu zaczeplenni. Problemy trybologii, №3, 2014. S.84 - 92.