

**Диха О.В.,
Дитинюк В.О.**

Хмельницький національний університет,
м. Хмельницький, Україна,
E-mail: tribosenator@gmail.com

**НАБЛИЖЕНИЙ РОЗВ'ЯЗОК
ЗНОСОКОНТАКТНОЇ ЗАДАЧІ
ДЛЯ ПІДШИПНИКА КОВЗАННЯ
З ПРЯМОЮ ПАРОЮ ТЕРТЯ**

УДК 621.891

DOI:10.31891/2079-1372-2018-89-3-70-76

Представлена система розрахунково-експериментальної оцінки зносу і надійності опор ковзання, яка включає: методи оцінки умов роботи без зносу; методику визначення параметрів моделі зношування; методику визначення зносу підшипників ковзання при відомих параметрах моделі зношування; методику оцінки надійності підшипників ковзання. Запропонований наближений розв'язок контактної задачі для підшипника ковзання з урахуванням зносу з кінцевими простими формулами для розрахунку.

Ключові слова: підшипники ковзання, контактний тиск, модель зношування, наближений розв'язок, кут контакту.

Вступ та постановка проблеми досліджень

В багатьох транспортних, енергетичних та технологічних машинах (двигуни внутрішнього згорання, турбіни, преси та ін.) підшипники ковзання є одним з основних вузлів, що визначають довговічність і надійність машини в цілому. Аналіз сучасного стану методів проектування і розрахунку опор ковзання на надійність і знос показує на їх відставання від загального рівня і сучасних вимог.

Науковий рівень у даній галузі науки та техніки визначається рівнем математичного опису процесів, що відбуваються в цій галузі. По другому їх називають математичними моделями процесів. Математичні моделі дозволяють проводити розрахунки для кількісної оцінки цих процесів. Так розрахунки на міцність базуються на моделях механіки деформованого тіла та застосовуються для оцінки міцності вузлів і деталей машин.

В той же час внаслідок складності процесів тертя та зношування, математичні моделі в цій галузі лише створюються. Отже ці моделі і розрахунки мають лише наближений і оціночний рівень. В роботі наведені деякі наближені практично корисні розв'язки зносоконтактних задач для підшипників ковзання. Також розглядаються питання розрахунків на надійність підшипників і методики визначення коефіцієнтів варіації.

Оцінка зношування вузлів тертя необхідна на різних етапах існування машин: на стадії проектування для вибору оптимальних конструктивних параметрів; на етапі виготовлення для оцінки впливу технологічних факторів на зносостійкість; на стадії експлуатації для оцінки термінів служби та планування обсягу ремонтних робіт.

Загальну методику оцінки зношування вузлів тертя можна представити у вигляді наступного методичного алгоритму.

1. Аналіз особливостей конструкції вузла тертя та визначення силових і кінематичних умов його роботи. Опис конструкції, принцип роботи і технічні характеристики вузла. Визначення силових і кінематичних характеристик методами теоретичної механіки, теорії машин та механізмів, динамічний аналіз. Діючі навантаження на деталі вузла тертя можуть визначатися експериментальним шляхом. Аналіз впливу силових і кінематичних факторів на знос, аналіз умов змащування вузла.

2. Визначення напруженого стану деталей вузла тертя, визначення міцності, пластичності тріщиностійкості методами теорії пружності, пластичності і опору матеріалів. Визначення контактних тисків методами контактної механіки (аналітичні і числові методи).

3. Визначення температурного режиму вузла тертя виконується методами термодинаміки і теплопередачі. Можливе визначення температури експериментальними методами. Встановлюються зв'язки антифрикційного матеріалу і мащення і температурою. Аналізується вплив зовнішніх і внутрішніх умов на температуру вузла тертя.

4 Отримання або вибір залежності зносу деталей вузла тертя від базових факторів. Для отримання такої залежності необхідне вирішення контактної задачі для вузла тертя з урахуванням зносу. при розв'язку зносоконтактної задачі приймається модель зношування сталого або несталого процесу.

5. Розрахунково-експериментальне визначення параметрів моделі зношування. Вибір методу і схеми лабораторних випробувань на зношування.

6. Розрахунковий аналіз зносу вузла тертя на основі розв'язку зносоконтактної задачі і реалізації методів випробувань для визначення параметрів моделі зношування. Визначення граничних станів та тривалості роботи вузла тертя до відмови.

7. Розрахунки на надійність вузла тертя у ймовірнісній постановці, розрахунки показників надійності, ресурсу та напрацювання до відмови.

В даній роботі наведений приклад застосування наведеної методики до розрахунку зносу підшипників ковзання.

Аналіз досліджень розрахунку зносу підшипників ковзання

В Україні проблемами контактної механіки та розрахункової оцінки зносостійкості підшипникових вузлів тертя займалися проф. Чернець М.В. (Дрогобицький державний університет), проф. Кузьменко А.Г. (Хмельницький національний університет). Так, в роботах Чернеця М.В. [1, 2] на основі кумулятивної моделі зносу проведено рішення трибоконтактної задачі для підшипника. При цьому форма вала не є циліндричною, а має малу огранку контуру різного вигляду. Запропоноване рішення досить складне для практичної реалізації, оскільки вимагає розбиття області зносу на окремі дискретні ділянки. В роботах проф. Кузьменка А.Г. [3, 4] для прогнозування зносостійкості підшипників ковзання використана наступна схема: аналіз умов в контакт; встановлення моделі зношування; розрахунково-експериментальне визначення параметрів моделі зношування; розрахунки надійності вузла тертя. Така загальна стратегія прийнята за основу авторами проекту, які є послідовниками школи проф. Кузьменка А.Г. Цілий ряд досліджень по прогнозуванню довговічності за зносом підшипникових вузлів проведений закордонними вченими. Солдатенковим І.А. в роботі [5] визначались параметри закону зносу бронзи зі сталлю при сухому терті шляхом порівняння результатів математичного моделювання з експериментальними даними. Випробування зносу виконували відповідно до схеми сталевя кулька-плоский бронзовий зразок. Моделювання зносу зразка ґрунтувалося на асимптотичній поведінці розв'язку відповідної задачі зносостійкості. В роботі ідентифікація параметрів зносостійкості проводилась за результатами випробувань за схемою, що не відповідає внутрішньому контакту циліндрів для підшипника ковзання. Для моделювання процесу зносу радіального підшипника в роботі [6] використовувався метод скінчених елементів. При цьому умови контакту моделювалися комплексом Лагранжа-Ейлера, а еволюція локального зносу за допомогою рівняння Арчарда. При цьому коефіцієнти зношування визначалися по лінійній залежності швидкості зношування від тиску і швидкості ковзання, що характерно тільки для абразивного зношування, яке не є превалюючим для підшипників ковзання. В роботі [7] представлений метод розрахунку контактного тиску у важко навантаженому опорному підшипнику за допомогою специфічних граничних умов, визначених в залежності від пошкоджуваності підшипників. Розрахункова модель враховує умови навантаження і розподіл контактного тиску, який корелюється з даними, отриманими з експерименту. Розрахунок контактного тиску потребує постійного супроводження достатньо апаратно складними експериментальними спостереженнями, що не дозволяє розповсюдити запропоновану методику на інші типи циліндричних трибосистем.

Аналіз схем та задач для підшипників ковзання вказує, що відомі підходи зосереджені в основному на одному базовому варіанті: знос вкладки валом, що не зношується. Разом з цим запропоновані алгоритми, в тому числі і для базової моделі, є складними для реалізації в інженерній практиці. Отже є необхідність для найбільш поширених достовірних розрахункових схем отримати прості і зручні розв'язки для інженерної практики. Є необхідність також в розробці базової методики розв'язків зносоконтактних задач для різних схем підшипників ковзання.

Наближений розв'язок контактної задачі для підшипника ковзання з урахуванням зносу

Розглянемо розрахунково-експериментальну методику оцінки зносу підшипників ковзання з прямою парою тертя.

Вихідні дані для розрахунків:

1) геометрія розрахункової схеми для вала, втулки і корпусу підшипника з усіма необхідними розмірами: R_1 – радіус вала; R_2 – внутрішній радіус підшипника; R_3 – зовнішній радіус втулки; $\Delta = R_2 - R_1$ – радіальний зазор у спряженні з урахуванням допусків; L – розмір підшипника по твірній;

2) навантаження, сили Q_i і моменти M_i , що діють на всіх ділянках вала;

3) механічні властивості матеріалів вала (1) і підшипника (2): $E_1, E_2, \mu_1, \mu_2, HB_1, HB_2$ – модулі пружності, коефіцієнти Пуасона, твердість;

4) трибологічні властивості: K_{w1}, m_1, K_{w2}, m_2 – коефіцієнти інтенсивності зношування;

5) умови змащування спряження: вид змащувального матеріалу, вид режиму змащування (гідродинамічний, граничний, без змащування), вид системи підведення мастила (відновлювана, канавки, під тиском і т.і.).

Розглядається контактна взаємодія під дією сили Q вала і втулки, що сполучаються із зазором. Припускається, що зношується тільки втулка, вал не зношується (пряма пара тертя).

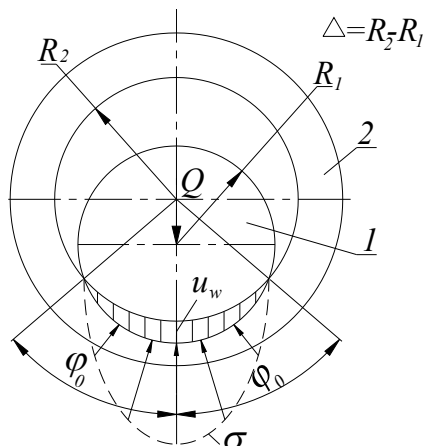


Рис. 1 – Розрахункова схема підшипника ковзання з прямою парою тертя

Приймаємо, що втулка знаходиться в стані сталого зносу, тобто справедливе диференціальне співвідношення:

$$\frac{dU_w}{ds} = K_w \sigma, \quad (1)$$

де U_w – знос втулки;

S – шлях тертя для втулки;

σ – контактний тиск;

K_w – параметр лінійної моделі зношування.

Геометрична умова в контактї вала і втулки може бути записана у вигляді:

$$U_w(\varphi) = \Delta_0 \left(\frac{\cos \varphi}{\cos \varphi_0} - 1 \right), \quad (2)$$

де φ – кутова координата;

$\Delta_0 = R_2 - R_1$ – початковий зазор;

$2\varphi_0$ – повний кут контакту.

У (2) зліва представлений знос, а справа – геометрична функція узгодження контактних переміщень.

Другою умовою в контактї є умова рівноваги:

$$Q = R \int_{-\varphi_0}^{\varphi_0} \sigma(\varphi, s) \cos \varphi d\varphi. \quad (3)$$

Диференціюючи (2) по S і підставляючи (1), маємо:

$$K_w \sigma = \Delta_0 \frac{\sin \varphi_0}{\cos^2 \varphi_0} \cos \varphi \frac{d\varphi_0}{ds}. \quad (4)$$

З (4) знайдемо значення для контактного тиску:

$$\sigma = \frac{\Delta_0}{K_w} \frac{\sin \varphi_0}{\cos^2 \varphi_0} \cos \varphi \frac{d\varphi_0}{ds}. \quad (5)$$

Після підстановки (5) в умову рівноваги (3) отримуємо:

$$\frac{Q}{R} = \left(\frac{\Delta_0}{K_w} \frac{\sin \varphi_0}{\cos^2 \varphi_0} \frac{d\varphi_0}{ds} \right) \int_{-\varphi_0}^{\varphi_0} \cos^2 \varphi d\varphi. \quad (6)$$

В результаті отримуємо диференціальне рівняння:

$$\left(\frac{Q}{R} \right) \frac{K_w}{\Delta_0} dS = \frac{\sin \varphi_0}{\cos^2 \varphi_0} \int_{-\varphi_0}^{\varphi_0} \cos^2 \varphi d\varphi d\varphi_0. \quad (7)$$

Інтегруючи це диференціальне рівняння, маємо:

$$\left(\frac{Q}{R} \right) \frac{K_w}{\Delta_0} S = \int_{-\varphi_0}^{\varphi_0} \frac{\sin \varphi_0}{\cos^2 \varphi_0} \int_{-\varphi_0}^{\varphi_0} \cos^2 \varphi d\varphi d\varphi_0 + c. \quad (8)$$

Розглянемо наближене взяття інтегралу (8) шляхом розкладання в степеневі ряди, обмежувачись при цьому двома, трьома членами ряду.

Спочатку розглянемо зовнішній інтеграл. Розкладаючи $\cos \varphi$, маємо:

$$(\cos \varphi)^2 = \left(1 - \frac{\varphi^2}{2} \right)^2 \approx 1 - \varphi^2,$$

В результаті внутрішній інтеграл дорівнює:

$$\int_{-\varphi_0}^{\varphi_0} (1 - \varphi^2) d\varphi = \left[\varphi - \frac{\varphi^3}{3} \right]_{-\varphi_0}^{\varphi_0} = 2 \left(\varphi_0 - \frac{\varphi_0^3}{3} \right) = 2\varphi_0 \left(1 - \frac{\varphi_0^2}{3} \right). \quad (9)$$

Далі розкладемо в степеневий ряд підінтегральний вираз зовнішнього інтеграла (8):

$$\begin{aligned} I &= \frac{\sin \varphi_0}{\cos^2 \varphi_0} = \operatorname{tg} \varphi_0 \sec \varphi_0 = \left(\varphi_0 + \frac{1}{3} \varphi_0^3 \right) \left(1 + \frac{1}{2} \varphi_0^2 \right) = \\ &= \varphi_0 + \frac{1}{2} \varphi_0^3 + \frac{1}{3} \varphi_0^3 + \frac{1}{6} \varphi_0^5 \cong \varphi_0 + \frac{5}{6} \varphi_0^3 \end{aligned} \quad (10)$$

Підставляючи (9) та (10) у (8) отримуємо:

$$\begin{aligned} \left(\frac{Q}{R} \right) \frac{K_w}{\Delta_0} S &= 4 \int_0^{\varphi_0} \left(\varphi_0 + \frac{5}{6} \varphi_0^3 \right) \left(\varphi_0 - \frac{1}{3} \varphi_0^3 \right) d\varphi_0 = \\ &= 4 \left[\frac{\varphi_0^3}{3} - \frac{1}{3} \frac{\varphi_0^5}{5} + \frac{5}{6} \frac{\varphi_0^5}{5} - \frac{5}{18} \frac{\varphi_0^7}{7} \right] = \frac{4\varphi_0^3}{3} + \frac{2\varphi_0^5}{5} - \frac{10\varphi_0^7}{63} \end{aligned} \quad (11)$$

В першому наближенні, утримаючи один член ряду з урахуванням константи у (8) маємо:

$$\left(\frac{Q}{R}\right) \frac{K_w}{4\Delta_0} S = \frac{\Phi_0^3}{3} + c. \quad (12)$$

За умови $\Phi_0(S=0) = \Phi_{00}$ з (12) маємо:

$$c = -\frac{\Phi_{00}^3}{3}. \quad (13)$$

де Φ_{00} – значення кута контакту в початковий період роботи, без зносу.

Це значення можна знайти із відомих рішень контактних задач для підшипників ковзання. Наприклад із відомого рішення контактної задачі Герца:

$$\Phi_{00} = \arcsin \sqrt{\frac{4}{\pi} \left[(1 - \mu_1^2) + (1 - \mu_2^2) \psi \right] \alpha},$$

$$\text{де } \alpha = \frac{Q}{E_1 \Delta};$$

$$\psi = \frac{E_1}{E_2}.$$

Після підстановки (13) в (12) маємо вираз для поточного кута контакту:

$$\Phi_0 = \left[\frac{3}{4} \frac{Q}{R} \frac{K_w S}{\Delta_0} + \Phi_{00}^3 \right]^{\frac{1}{3}}. \quad (14)$$

Максимальний знос у спряженні з геометричних співвідношень:

$$U_W(S) = \Delta_0 \left(\frac{1}{\cos \Phi_0} - 1 \right), \quad (15)$$

при цьому максимальний зазор в контактї:

$$\Delta_{\max} = \Delta_0 + U_W(S). \quad (16)$$

При використанні загального розв'язку (14) можна вирішувати декілька типів задач:

- 1) визначати кут контакту $\Phi_0(S)$ за формулою (14);
- 2) визначати максимальний знос $U_W(S)$ за формулою (15) з урахуванням (14);
- 3) визначати максимальний зазор в спряженні Δ_{\max} за формулою (16) з урахуванням (14 - 15);
- 4) за заданим максимальним зазором Δ_{\max}^* визначати відповідний йому шлях тертя S^* .

Для розв'язку останньої задачі з (14) знаходимо:

$$S = \frac{4R\Delta_0(\Phi_0^3 - \Phi_{00}^3)}{3QK_w}. \quad (17)$$

При заданому допустимому зазорі Δ_{\max}^* по (16) може бути знайдений допустимий знос:

$$U_w^*(S) = \Delta^* - \Delta_0. \quad (18)$$

Далі по (15) встановлюється зв'язок з допустимим кутом контакту φ_0^* :

$$\varphi_0^* = \arccos \frac{\Delta_0}{U_w^* + \Delta_0}. \quad (19)$$

Підставляючи (19) (17) визначаємо шлях тертя S^* , що відповідає допустимому зазору:

$$S = \frac{(\arccos \frac{\Delta_0}{U_w^* + \Delta_0})^3 - \varphi_{00}^3}{\frac{3}{4}(Q/R)K_w} \Delta_0. \quad (20)$$

Число обертів валу n^* , що відповідає гранично допустимому зносу, дорівнює:

$$n^* = \frac{S^*}{\pi d}, \quad (21)$$

де d – діаметр валу.

Отримані розрахункові формули дозволяють проводити проектувальні та оптимізаційні розрахунки вузлів тертя з підшипниками ковзання за критерієм довговічності по зносу.

Висновки

1. Представлена система розрахунково-експериментальної оцінки зносу і надійності опор ковзання, яка включає: методи оцінки умов роботи без зносу; методику визначення параметрів моделі зношування; методику визначення зносу підшипників ковзання при відомих параметрах моделі зношування; методику оцінки надійності підшипників ковзання.
2. Запропонований наближений розв'язок контактної задачі для підшипника ковзання з урахуванням зносу з кінцевими простими формулами для розрахунку.

Література

1. Chernets, M. V. Prediction of the life of a sliding bearing based on a cumulative wear model taking into account the lobing of the shaft contour [Text] / M. V. Chernets // Journal of Friction and Wear. – 2015. – №2(36). – P. 163–169. doi:10.3103/S1068366615020038
2. Chernets, M., Chernets, J. Generalized method for calculating the durability of sliding bearings with technological out-of-roundness of details. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology. V. 229, No. 2, 2015, P. 216-226 .DOI: 10.1177/1350650114554242.
3. Кузьменко А.Г. Подшипники скольжения: прочность, износ, надежность. Методы расчетов и испытаний : монография / А.Г. Кузьменко. – Хмельницкий: ХНУ, 2014.-251 с.
4. Кузьменко А.Г., Сабадаш Б.М. Распределение нагрузки в радиальном подшипнике скольжения. Проблемы трибологии. 2014, №3, с. 80-85.
5. Soldatenkov A. , Mezrin A. M. , Sachek B. Ya. Implementation of asymptotics of the wear contact problem solution for identifying the wear law based on the results of tribological tests. Journal of Friction and Wear. 2017, Volume 38, Issue 3, pp 173–177. <https://link.springer.com/article/10.3103/S1068366617030126>
6. Adrian A. Schmidt, Timo Schmidt, Oliver Grabherr, Dirk Bartel. Transient wear simulation based on three-dimensional finite element analysis for a dry running tilted shaft-bushing bearing. Wear, Volumes 408–409, 2018, p.p. 171-179. <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0043164818300978>
7. Massi F., Bouscharain N., Milana S., Le Jeune G., Maheo Y., Berthier Y. Degradation of high loaded oscillating bearings: Numerical analysis and comparison with experimental observations, Wear, Volume 317, Issues 1–2, 2015, p.p. 141-152.

Надійшла в редакцію 30.09.2018

Dykha O.V., Dytynyuk V.O. **An approximate solution to the wear-contact problem for a sliding bearing with a direct friction pair.**

An analysis of the schemes and tasks for slide bearings has shown that known approaches relate to the option: bearing wearing with a shaft that does not wear out. Known algorithms are difficult to implement in engineering practice. There is a need for common design schemes to get simple and convenient solutions for engineering practice. The system of calculation and experimental estimation of wear and reliability of sliding bearings is presented, which includes: methods of evaluation of working conditions without wear; method of determination of parameters of wear model; a method for determining the wear of bearing bearings under known parameters of wear pattern; method for assessing the reliability of the bearings of sliding. Calculations of wear of friction units are necessary at different stages of the existence of machines: at the design stage for the selection of optimal design parameters; at the manufacturing stage to assess the impact of technological factors on wear resistance; at the stage of operation to assess the service life and plan the amount of repair work. The proposed solving of the contact problem for the bearings of sliding, taking into account the wear with the finite simple formulas for calculation, is proposed. The obtained calculation formulas allow to carry out design and optimization calculations of friction nodes with bearings of slip according to the criterion of durability in wear.

Key words: sliding bearings, contact pressure, wear modeling, approximation, contact angle.

References

1. Chernets, M. V. Prediction of the life of a sliding bearing based on a cumulative wear model taking into account the lobing of the shaft contour [Text]. *Journal of Friction and Wear*. 2015. №2(36). R. 163–169. doi:10.3103/S1068366615020038
2. Chernets, M., Chernets, J. Generalized method for calculating the durability of sliding bearings with technological out-of-roundness of details. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*. V. 229, No. 2, 2015, P. 216-226 .DOI: 10.1177/1350650114554242.
3. Kuzmenko A.G. Podshipniki skolzheniya: prochnost, iznos, nadezhnost. *Metody raschetov i ispytaniy : monografiya*. A.G. Kuzmenko. Hmelnickij, HNU, 2014. 251 s.
4. Kuzmenko A.G., Sabadash B.M. Raspredelenie nagruzki v radialnom podshipnike skolzheniya. *Problemy tribologii*. 2014, №3, s. 80-85.
5. Soldatenkov A. , Mezrin A. M. , Sachek B. Ya. Implementation of asymptotics of the wear contact problem solution for identifying the wear law based on the results of tribological tests. *Journal of Friction and Wear*. 2017, Volume 38, Issue 3, pp 173–177. <https://link.springer.com/article/10.3103/S1068366617030126>
6. Adrian A. Schmidt, Timo Schmidt, Oliver Grabherr, Dirk Bartel. Transient wear simulation based on three-dimensional finite element analysis for a dry running tilted shaft-bushing bearing. *Wear*, Volumes 408–409, 2018, p.p. 171-179. <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0043164818300978>
7. Massi F., Bouscharain N., Milana S., Le Jeune G., Maheo Y., Berthier Y. Degradation of high loaded oscillating bearings: Numerical analysis and comparison with experimental observations, *Wear*, Volume 317, Issues 1–2, 2015, p.p. 141-152.